Untersuchung des hochfrequenten Stark-Effekts an Lithiumatomen mit abstimmbarer Laserstrahlung

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Abteilung für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

ULRICH REBHAN

aus Schwelm

Bochum 1982

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549228_0007

Untersuchung des hochfrequenten Stark-Effekts an Lithiumatomen mit abstimmbarer Laserstrahlung

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Abteilung für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

ULRICH REBHAN

aus Schwelm

Bochum 1982

UNIV.
LEIDEN
NBL.

Dissertation eingereicht am 02.11.82

Tag der mündlichen Prüfung: 01.12.82

Referent: Prof. Dr. H.-J. Kunze

Korreferent: Prof. Dr. H. Schlüter

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Aufbau des Experimentes	3
3.	Messungen ohne HF-Feld	12
3.1.	Isotopieverschiebung in Lithium	12
3.2.	Messung der Dublettaufspaltung und der Isotopieverschiebung	16
4.	Theorien zum hochfrequenten Starkeffekt	19
4.1.	Ansatz von Baranger und Mozer	19
4.2.	Ansatz von Hicks, Hess und Cooper	22
4.3.	Berechnung der Satellitenintensitäten und der Niveauverschiebungen	26
4.3.1.	Satelliten zu den Niveaus 4^2P, 4^2D und 4^2F	28
4.3.2.	Satelliten zu den Niveaus 5^2P, 5^2D, 5^2F und 5^2G	36
5.	Experimentelle Ergebnisse und ihre Interpretation	41
5.1.	Bestimmung des Abstandes D-Niveau - F-Niveau	41
5.2.	Messung von Linienprofilen bei verschiedenen Mikrowellenfeldstärken	45
5.3.	Messung von Linienprofilen unter dem Einfluß einer Feldstärkeverteilung	56
6.	Diskussion des Sättigungsverhaltens	59
6.1.	Änderung eines Satellitenspektrums durch Sättigung	60
6.1.1.	Berechnung der relativen Besetzungsdichte des oberen Niveaus bei Laseranregung	61
6.1.2.	Berechnung der relativen Intensität der Fluoreszenzstrahlung	69
6.1.3.	Vergleich der gemessenen mit den berechneten Linienprofilen	74

6.2. Sättigungskurven 79
6.3. Auswirkungen des Zeitverhaltens des Anregungslichts 83
6.4. Einfluß des Laserpumpens auf die Linienprofile 86
7. Vorschlag zur Magnetfeldmessung mit einem Lithiumneutralteilchenstrahl 90
8. Zusammenfassung 98
9. Anhang 100
A. Lösung eines Systems gekoppelter Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten 100
B. Berechnung der Einsteinkoeffizienten 104
C. Intensität der Fluoreszenzstrahlung 109
D. Graphische Darstellungen 116
10. Literaturverzeichnis 126

1. Einleitung

Der HF-Starkeffekt ist in der Plasmaphysik wiederholt zur Diagnostik der Frequenzen und der Amplituden von hochfrequenten Feldern eingesetzt worden, da er eine Untersuchung der Plasmen ohne ihre Störung gestattet. Für nichtentartete atomare Systeme führten Baranger und Mozer (1961) die ersten Rechnungen durch, die die Existenz von zwei Plasmasatelliten, die durch den HF-Starkeffekt erzeugt werden, voraussagten, symmetrisch zu einer verbotenen Heliumlinie im Abstand der Plasmafrequenz Ω. Die erste experimentelle Bestätigung gelang Kunze und Griem (1968). In den folgenden Jahren zeigte sich, daß die Grenzen dieses ersten Ansatzes bei höheren Feldstärken schnell erreicht sind. Dementsprechend erweiterte Griem (1974) diese Störungsrechnung zu höheren Ordnungen. Hicks, Hess und Cooper (1972) entwickelten einen anderen Lösungsweg ohne Störungsrechnung, der bis zu großen Amplituden der HF-Felder gültig ist.

Die meisten Messungen zu dem Themenkreis HF-Starkeffekt sind Emissionsmessungen. Die im Zusammenhang mit dieser Spektroskopiemethode auftretenden Probleme wurden von Wiegart (1981) umfassend diskutiert. Einen Teil der anfallenden Probleme kann man unter bestimmten Voraussetzungen durch die Anwendung von Laserresonanzfluoreszenzmethoden umgehen (Kunze 1981). Die ersten Resultate zum HF-Starkeffekt in Absorption erzielten Burrell und Kunze (1972). Erst kürzlich demonstrierten Hildebrandt und Kunze (1980) die Möglichkeit, die zeitliche Entwicklung der Frequenzen von hochfrequenten Feldern in einer Hohlkathodenentladung mit einem Farbstofflaser zu messen.

Die bisher erfolgten Untersuchungen waren alle auf Heliumplasmen beschränkt. Für Absorptionsmessungen ist

Helium nicht gut geeignet, weil eine Anregung mit Farbstofflasern vom Grundzustand aus nicht möglich ist; es können nur die Atome aus den metastabilen Zuständen angeregt werden. Dagegen ist Lithium ein Element, das wegen seiner Termstruktur für Untersuchungen zum HF-Starkeffekt sehr günstig ist. Für andere Diagnostikaufgaben sind in den letzten Jahren leistungsstarke Lithiumneutralteilchenstrahlen (siehe z.B. McCormick und Olivain 1978, Kadota et al. 1978) entwickelt worden; sie können auch für die Untersuchungen zum HF-Starkeffekt benutzt werden.

Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit bestand in der Durchführung eines Modellexperimentes zur Messung von hochfrequenten Feldern mit Laserresonanzfluoreszenzmethoden an einem Lithiumstrahl. Dabei wurde wesentlicher Wert auf die Untersuchung von Satelliten bei hohen Feldstärken, wie sie z.B. bei der Hochfrequenzheizung von Plasmen auftreten, gelegt. Da das Modellexperiment ohne Plasma ausgeführt wird, besteht die Möglichkeit, die Satellitenspektren zuverlässig zu berechnen. Damit ergibt sich die Gelegenheit zu einer eingehenden Analyse der Sättigungseffekte, die bei der Verwendung von Lasern als Nachweismittel auftreten. Die bisherigen Untersuchungen zum HF-Starkeffekt in Absorption verzichteten auf eine solche Diskussion, obwohl die relativen Satellitenintensitäten und die Linienprofile durch diese Meßmethode wesentlich beeinflußt werden. Die experimentellen Ergebnisse zeigen die Notwendigkeit einer solchen Betrachtung, besonders für die richtige Interpretation von Spektren, die bei höheren Feldamplituden gewonnen wurden.

Abschließend wird noch ein Experiment vorgeschlagen, das der Magnetfeldmessung dient. Es kann unter Verwendung eines Lithiumstrahles über den translatorischen Starkeffekt das Magnetfeld bestimmt werden.

2. Aufbau des Experimentes

Lithium ist wie Helium nicht entartet und bietet sich daher für Untersuchungen zum HF-Starkeffekt an. Es hat mit dem Niveaupaar 4^2D und 4^2F geeignete Terme für die experimentellen Untersuchungen. Im Gegensatz zu Helium besitzt Lithium Resonanzlinien im sichtbaren Spektralbereich. Deshalb ist eine Anregung der oben genannten Niveaus mit Farbstofflasern vom Grundzustand aus möglich.

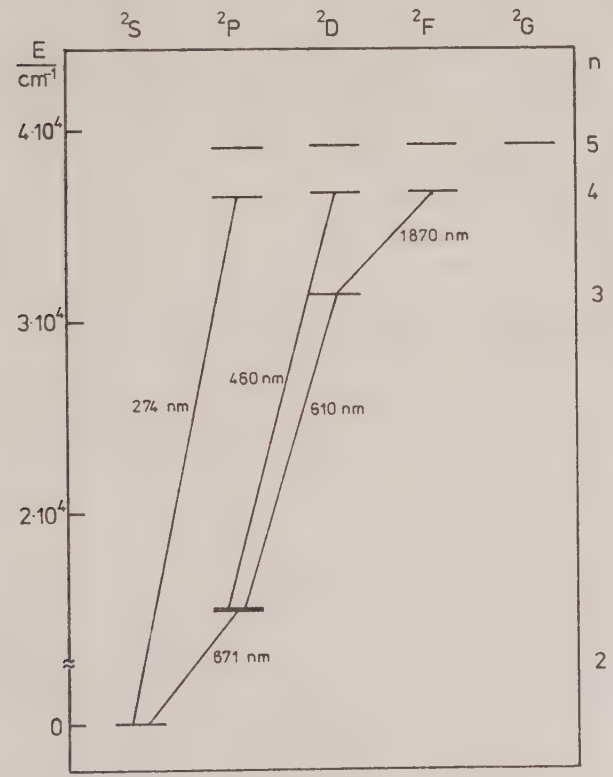


Abb. 1: Ausschnitt aus dem Lithiumtermschema

Für das Verständnis des beschriebenen Experimentes ist die Kenntnis der einzelnen benutzten Energieterme vom Lithium von Bedeutung. Die Abb. 1 zeigt einen Ausschnitt aus dem Grotrian-Diagramm. Gesondert sind die im Experiment benutzten Übergänge eingezeichnet.

Die im Experiment zu untersuchenden Spektren sind stark strukturiert. Um sie mit der für einen Vergleich mit theoretischen Rechnungen erforderlichen Genauigkeit aufnehmen zu können, ist eine Versuchsanordnung notwendig, die eine hohe Repetitionsrate zuläßt. Eine stationäre Messung scheitert an den erforderlichen elektrischen HF-Feldern, die in der benötigten Größenordnung gepulst ohne Schwierigkeiten mit einem Magnetron hergestellt werden können. Die Anregung der Atome erfolgte deshalb auch mit gepulsten Farbstofflasern und die Registrierung der Spektren wurde mit einem Boxcar-Averager vorgenommen.

In unserem Experiment benutzten wir keinen hochenergetischen Neutralteilchenstrahl, sondern einen Lithiumdampfstrahl. Im Modellexperiment ist dies möglich, da die Atome nicht in ein Plasma eindringen müssen. Der Dampf wird in einem Molybdäntiegel unter Hochvakuum erzeugt. Ein ähnlicher Tiegelofen ist bei Selter (1976) beschrieben. Bei einer Temperatur von etwa 600 K im Tiegel wird eine für die Untersuchungen ausreichende Neutralteilchendichte von ca $5 \cdot 10^{16}$ m^{-3} im Dampfstrahl über mehrere Stunden mühelos erreicht.

Die Untersuchungen zum HF-Starkeffekt in Lithium erfolgen an Niveaus mit der Hauptquantenzahl n = 4. Ihre Besetzung wird durch einen Zweistufenprozeß über das 2^2P-Niveau erreicht. Nur ein Stickstofflaser pumpt zur Vermeidung von Synchronisationsproblemen die beiden eingesetzten Farbstofflaser. Er ist deshalb mit je einem Auskoppelfenster an den beiden Enden des Entla-

dungsrohres ausgerüstet (Rebhan et al. 1980).

Die verwendeten Farbstofflaser sind nicht auf maximale Leistung ausgelegt, sondern auf spektrale Schmalbandigkeit und auf ein definiertes Strahlprofil.

Die zu messenden Spektren sollen nicht unnötig kompliziert werden. Daher ist es notwendig, daß nur eine Dublettkomponente des Niveaus 2^2P besetzt wird. Die Linienbreite des anregenden Lasers muß daher kleiner als die Dublettaufspaltung (10,15 GHz nach Hughes 1955) sein. Aus diesen Erwägungen wurde für den Laser ein Resonator, ähnlich dem von Hänsch (1972) beschriebenen, ausgewählt. Anstelle der Teleskopaufweitung wird eine 16-fache Prismenaufweitung benutzt. Die Frequenzselektion erfolgt durch ein Gitter mit 75° Blazewinkel und 79 Linien/mm, die Feinabstimmung übernimmt ein 5 mm Luftspaltetalon. Mit dem Farbstoff DCM (Lambda-Physik), gelöst in DMSO, wird die gewünschte Wellenlänge von 671 nm problemlos erreicht. Bei einer Linienbreite von 1,5 GHz stehen 8 ns lange Pulse von 1,4 kW zur Verfügung.

Der für die weitere Anregung benötigte Farbstofflaser muß über den Bereich der Niveaus 4^2P bis 4^2F abstimmbar sein. Damit bei diesem relativ großen Abstimmbereich keine Synchronisationsprobleme zwischen verschiedenen dispersiven Bauelementen auftreten, kann die Frequenzeinengung nur durch ein einzelnes Gitter (75° Blazewinkel, 79 Linien/mm) vorgenommen werden. Andererseits muß die Linienbreite deutlich unter der Frequenz der HF-Felder liegen, damit die Satelliten aufgelöst werden können.

Die zu messenden Spektren sind stark strukturiert. Außerdem wird weit in Sättigung gepumpt. Deshalb darf das Frequenzspektrum des Lasers außer der Zentralfrequenz keine weiteren Linien enthalten. Diese Anforderungen führten zu der Entwicklung des in Abb. 2 darge-

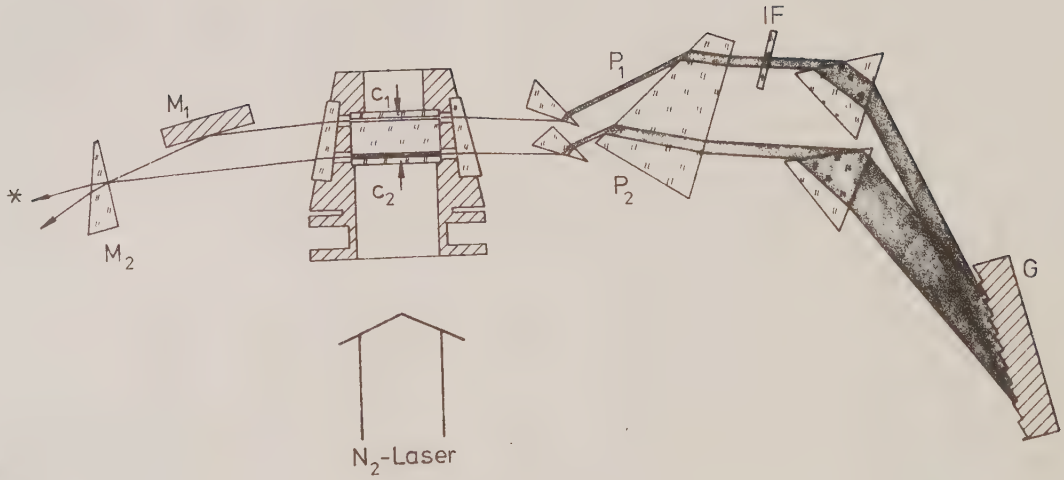


Abb. 2: Ringlaser für 460 nm; G: Gitter, IF: Interferenzfilter, M_1: 100%-Spiegel, M_2: 4%-Auskoppelspiegel, P_1: 20-fache Prismenaufweitung, P_2: 34-fache Prismenaufweitung, Farbstoff: Coumarin 47 in Äthanol, Konzentration und Schichtdicke: c_1: $1 \cdot 10^{-3}$ mol/l, 350 µm, c_2: $5 \cdot 10^{-4}$ mol/l, 500 µm; * - gewünschter Umlaufsinn

stellten Ringlasers. Die Strahlaufweitung mit den Prismen und dem Gitter wird von den anderen drei Prismen soweit reduziert, daß der Strahldurchmesser den Küvettenöffnungen von 350 µm, bzw. 500 µm, angepaßt ist.

Mit diesem speziellen Resonator wird eine Linienbreite von 3,5 GHz erreicht, ohne daß in dem Spektrum Nebenlinien auftreten. Die Leistung des Farbstofflasers beträgt etwa 1 kW bei einer Pulsdauer von 3 ns; die Pulsform ist in Abb. 3 dargestellt. Als Farbstoff wurde Coumarin 47 in Äthanol gelöst benutzt. Da nur ein Abstimmelement verwendet wird, kann der Laser leicht mit einem Motor abgestimmt werden.

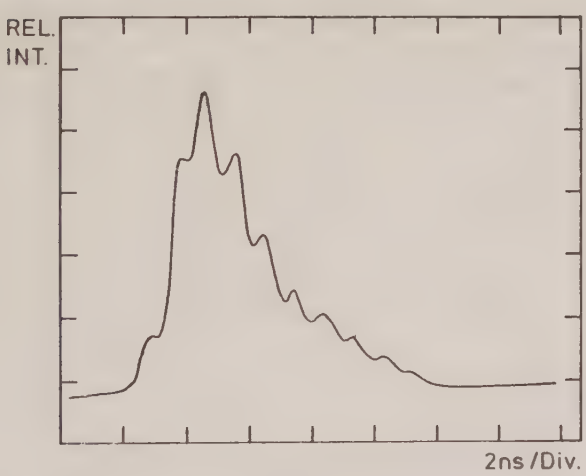


Abb. 3: Pulsform des Ringlasers für 460 nm

Beide Farbstofflaserstrahlen werden kollinear, aber in entgegengesetzter Richtung, in das Streuvolumen gelenkt. Sie haben im Beobachtungsvolumen jeweils einen Strahldurchmesser von $2r_o$ = 1 mm. Das Strahlprofil ist in guter Näherung ein Gaußprofil mit dem 1/e-Radius r_o.

Im allgemeinen wird der Laser für 460 nm optisch so weit verzögert, daß die Pulse der beiden Farbstofflaser nacheinander das Beobachtungsvolumen erreichen. Damit sind Zweiphotonenprozesse ausgeschlossen.

Die hochfrequenten elektrischen Felder müssen extern erzeugt werden, da das Modellexperiment ohne Plasma ausgeführt wird. Die notwendigen Felder werden von einem X-Band-Magnetron der Frequenz $\Omega/2\pi$ = 9,55 GHz hergestellt. Diese Frequenz ist so groß, daß sie eine gute Auflösung der Satelliten im Abstand 2Ω durch den Farbstofflaser ermöglicht. Andererseits ist bei den X-Band-Hohlleiterdimensionen (0,4" x 0,9") ein problemloses Einleiten des Lithiumdampfes und der Laserstrahlen in den Hohlleiter, bzw. eine gute Beobachtung der Fluoreszenzstrahlung aus dem Hohlleiter möglich, ohne

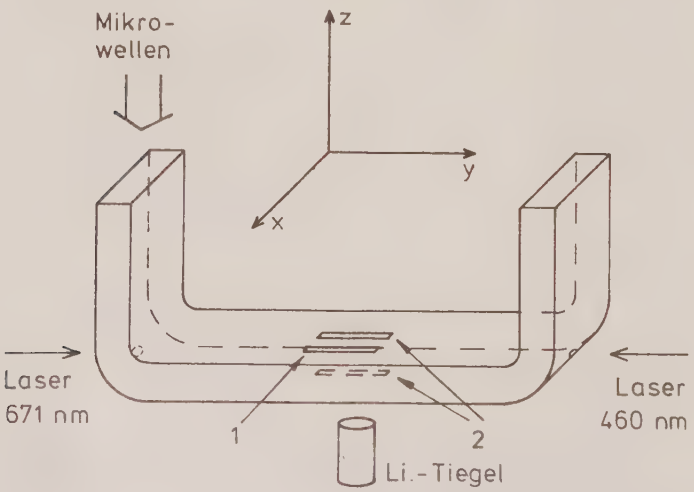


Abb. 4: Experimenteller Aufbau; 1: Beobachtungsschlitz, 2: Schlitze für den Lithiumdampf

durch die Öffnungen im Hohlleiter wesentlich die Feldverteilung zu stören.

Die Abb. 4 zeigt den im Vakuumgefäß sich befindenden Hohlleiterbogen sowie den Lithiumtiegel.

Mit einem 200 kW Magnetron (Typ F1103 A von Thomson-CSF) können so Feldstärken von maximal 12 kV/cm im Beobachtungsvolumen hergestellt werden. Man kann die Feldstärke leicht variieren, weil der Hohlleiter mit einem variablen Kurzschlußschieber abgeschlossen ist. Eine weitere Möglichkeit der Feldstärkenänderung bietet die spezielle Magnetronansteuerung. Das Magnetron betreiben wir so, daß die Ausgangsleistung nach dem Erreichen des Maximalwertes exponentiell mit einer Halbwertszeit von ca. 100 ns abklingt.

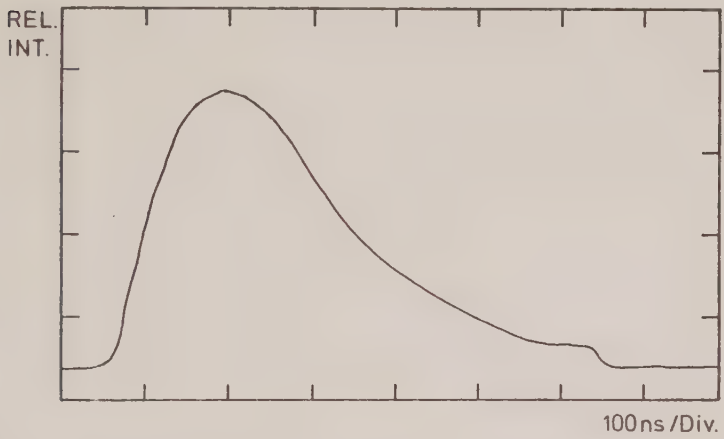


Abb. 5: Mikrowellensignal

Eine Änderung der zeitlichen Synchronisation bewirkt also eine Leistungsvariation und damit gekoppelt eine Variation der Feldamplitude E_o.

Die üblicherweise benutzten Dämpfungsglieder für

Hohlleiter können hier nicht eingesetzt werden, da sie nur für vergleichsweise kleine Mikrowellenleistungen ausgelegt sind.

Das Mikrowellenfeld ist linear polarisiert in Richtung $\vec{e}_z$. Für dieses Experiment wurde als Polarisationsrichtung der beiden linear polarisierten Farbstofflaser $\vec{e}_x$ gewählt. Die Beobachtung der Fluoreszenzstrahlung erfolgt aus geometrischen Gründen unter einem Winkel von $\Theta = 35^\circ$ zur z-Achse.

Die Auflösung der einzelnen Satellitenlinien erfolgte in unserem Experiment durch den Farbstofflaser. Der Nachweis des Streulichtes wurde deshalb spektral integriert durchgeführt. Dazu wird ein 1/4-m-Monochromator (Auflösung 0,5 nm) in Verbindung mit einem RCA 4526 Multiplier benutzt. Da in unserer Versuchsanlage kein Plasma vorhanden ist, existiert keine Stoßkopplung der oberen Niveaus mit n = 4. Die Besetzung der einzelnen Niveaus kann deshalb nicht, wie sonst bei den Messungen zum HF-Starkeffekt üblich, über nur einen Übergang registriert werden. Die Population des Zustandes 4^2D wurde über den Übergang $4^2D \rightarrow 2^2P$ bei 460 nm gemessen, die des Niveaus 4^2F dagegen über den Übergang $3^2D \rightarrow 2^2P$ bei 610 nm, da der Übergang $4^2F \rightarrow 3^2D$ ungünstig im infraroten Spektralbereich liegt. Die Besetzung des 4^2P wird mit einem Multiplier RCA 1P28 nachgewiesen, da der benutzte Übergang zum Grundzustand im Ultravioletten liegt.

Weil die gesamte Versuchsanordnung mit einer Repetitionsrate von 2 Hz arbeitet, wird zur Signalverarbeitung ein Boxcar-Averager (PAR Model 162 mit Gated Integrator 164) angeschlossen. Sein Beobachtungsfenster von etwa 50 ns Breite wird nach dem Ende der Farbstofflaserpulse aufgeschaltet, um die Registrierung von Falschlicht auszuschließen. Es wird so nur ein Ausschnitt des exponentiellen Abfalles des Fluoreszenz-

lichtes gemessen. Bei einer Abstimmgeschwindigkeit des Farbstofflasers von 5,06 GHz/min wird eine Mittelung über 25 Schüsse erreicht.

3. Messungen ohne HF-Feld

Lithium liegt in natürlicher Form als Isotopengemisch vor. Wie bei allen leichten Elementen zeigen sich für die einzelnen Isotope relativ große Linienverschiebungen, die im Bereich der Mikrowellenfrequenz liegen. Zusätzlich wird das Termschema durch die große Dublettaufspaltung des 2^2P-Niveaus kompliziert. Um für die Messung der Satelliten höherer Ordnung eindeutige Verhältnisse zu haben, ist für eine zuverlässige Interpretation eine genaue Kenntnis dieser Effekte unerläßlich.

3.1. Isotopieverschiebung in Lithium

Natürliches Lithium besteht aus einem Isotopengemisch von ^6Li (7,4%) und ^7Li (92,6%) (Handbook of Chemistry and Physics, 1980). Die Verschiebung der Spektrallinien wird in Lithium wie bei fast allen leichten Elementen durch den Kernmitbewegungseffekt und die Kopplung der Elektronenbewegung verursacht (siehe z.B. Kuhn 1969). Die Feld- oder Volumenshift kann vernachlässigt werden.

Alle Lithiumterme zeigen eine Verschiebung in Richtung Seriengrenze, die mit steigender Hauptquantenzahl abnimmt. Sie beruht auf der Kernmitbewegung und beträgt

$$\Delta T_I = -T_\infty \frac{m_e}{m_I} \,. \qquad (3.1)$$

Dabei ist $m_I = M_I \cdot m_P$ die Masse des Isotopes I und T_∞ die Termenergie bei ruhendem Kern (die Seriengrenze ist als Nullpunkt festgesetzt).

Ausführliche Messungen von Hughes (1955) zeigen, daß der Mitbewegungseffekt die Isotopieverschiebung bei Lithium allein nicht erklären kann. Eine exakte Beschrei-

bung muß die Kopplung der Elektronenbewegung mit einschließen, siehe hierzu z.B. Kopfermann (1956). Diese spezifische Verschiebung ist näherungsweise von Prasad und Stewart (1966) berechnet worden. Sie liefert nur

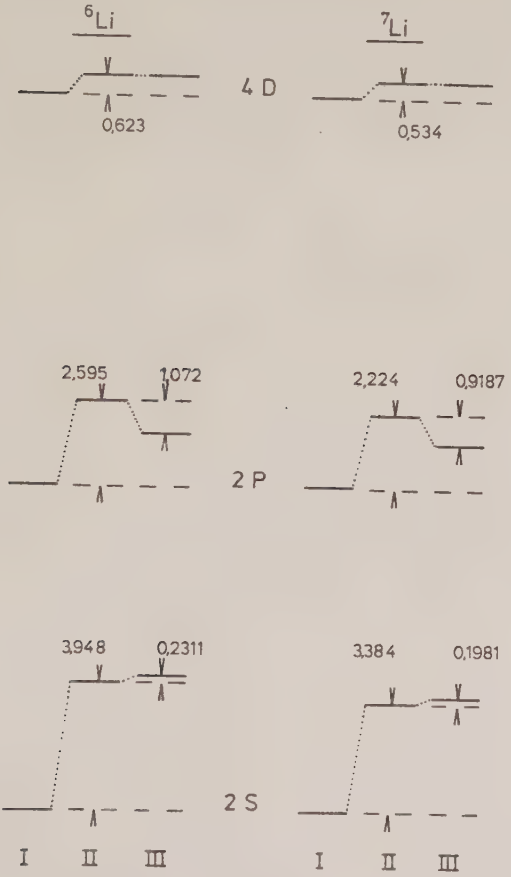


Abb. 6: Isotopieverschiebung in Lithium; I: unverschobene Termlagen, II: Verschiebungen der Termlagen durch die Kernmitbewegung, III: weitere Verschiebungen durch die spezifische Verschiebung; alle Angaben in cm^{-1}

für die Niveaus einen nennenswerten Beitrag, bei denen sich durch die Bohr'sche Kernmitbewegung ein Unterschied in der Elektronenwellenfunktion ergibt. Die Abb. 6 zeigt einen Teil des Termschemas für ^{6}Li und ^{7}Li mit der Verschiebung der Niveaus durch die Kernmitbewegung und die spezifische Verschiebung.

Die Terme verschieben sich so, daß die Übergänge des schwereren Isotopes sich zu den kürzeren Wellenlängen

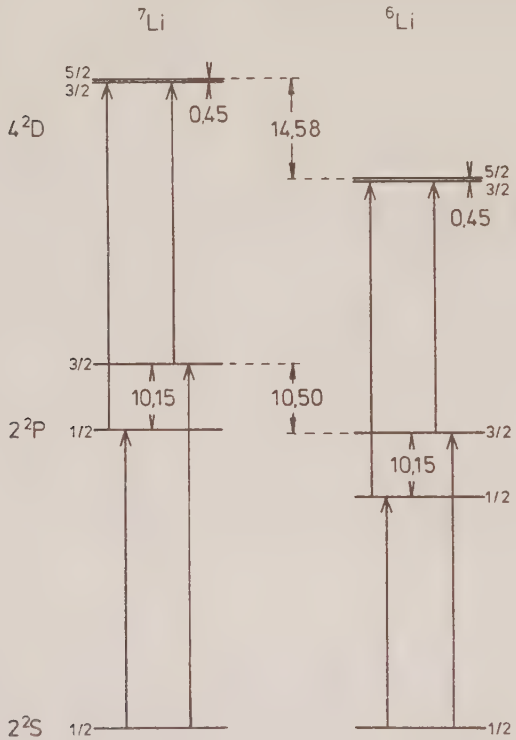


Abb. 7: Frequenzverschiebung der Spektrallinien durch die Isotopieverschiebung; alle Angaben in GHz

hin bewegen. Man hat für die schwereren Isotope eine Blauverschiebung.

Aus den Verschiebungen der Energieniveaus ergeben sich für die spektralen Übergänge die in der Abb. 7 dargestellten Frequenzverschiebungen. Die Komponenten $2^2P_{1/2}$ von ^7Li und $2^2P_{3/2}$ von ^6Li fallen für die im Experiment erreichbare Auflösung zusammen, da die Isotopieverschiebung 10,5 GHz beträgt, bei einer Dublettaufspaltung von 10,15 GHz.

3.2. Messung der Dublettaufspaltung und der Isotopieverschiebung

Der Farbstofflaser für 671 nm wurde über den Bereich der Übergänge $2^2S \rightarrow 2^2P$ abgestimmt. Die Abb. 8 zeigt ein auf diese Weise gemessenes Spektrum.

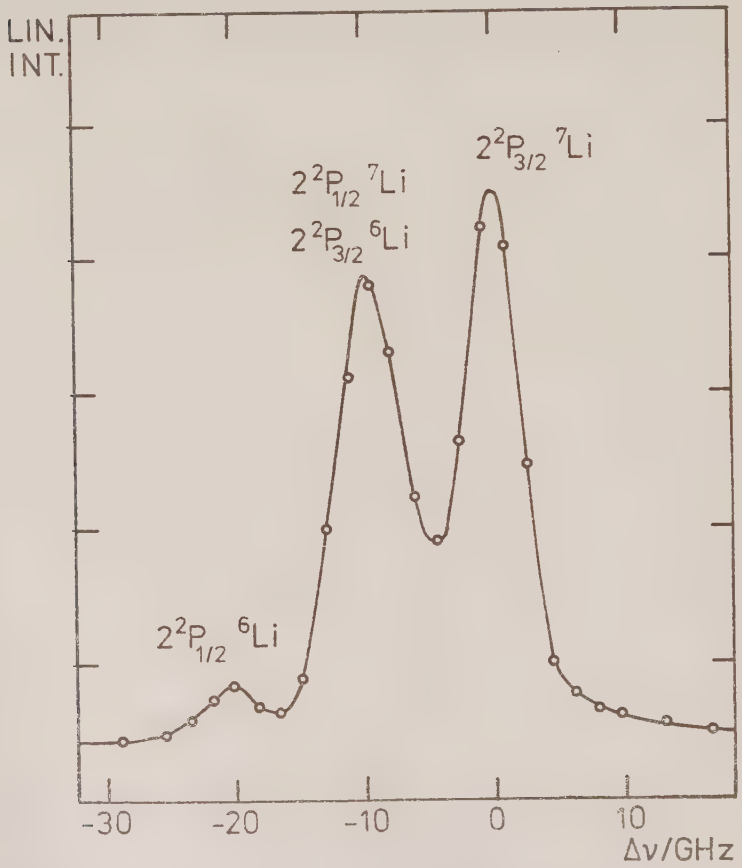


Abb. 8: Gemessenes Spektrum des Überganges $2^2S \rightarrow 2^2P$

Es werden insgesamt drei Linien aufgelöst, weil für die hier erreichte Genauigkeit die Dublettkomponente $2^2P_{3/2}$ von ^6Li mit der Komponente $2^2P_{1/2}$ von ^7Li zusammenfällt.

Der Laser ist genügend stark, um zwischen dem Grundzustand und dem ersten angeregten Niveau eine Besetzung entsprechend den statistischen Gewichten zu erreichen. Daher erhält man als Intensitätsverhältnis für die Fluoreszenzstrahlung für jede Isotopenart

$$I_{Fl}(2\,^2P_{3/2}) : I_{Fl}(2\,^2P_{1/2}) = 4 : 3.$$

Berücksichtigt man die Beiträge der beiden Isotope bei der Überlagerung, so erhält man für die drei auftretenden Linien ein Intensitätsverhältnis von 0,08 : 0,83 : 1,00 in Übereinstimmung mit dem Experiment.

Die Dublettaufspaltung des 2^2P-Niveaus sowie die Isotopieverschiebung bieten eine gute Möglichkeit für eine Kalibrierung der Frequenzabstimmung des Lasers. Entsprechend kann für eine Kalibrierung der Abstimmgeschwindigkeit des Lasers für 460 nm die Isotopieverschiebung des 4^2D-Niveaus benutzt werden. Dazu wird der andere Farbstofflaser auf das Niveau $2^2P_{1/2}$ von ^7Li und damit gleichzeitig auf $2^2P_{3/2}$ von ^6Li abgestimmt. Die bekannte Linienverschiebung von 14,58 GHz kann dann direkt mit dem zu kalibrierenden Laser gemessen werden.

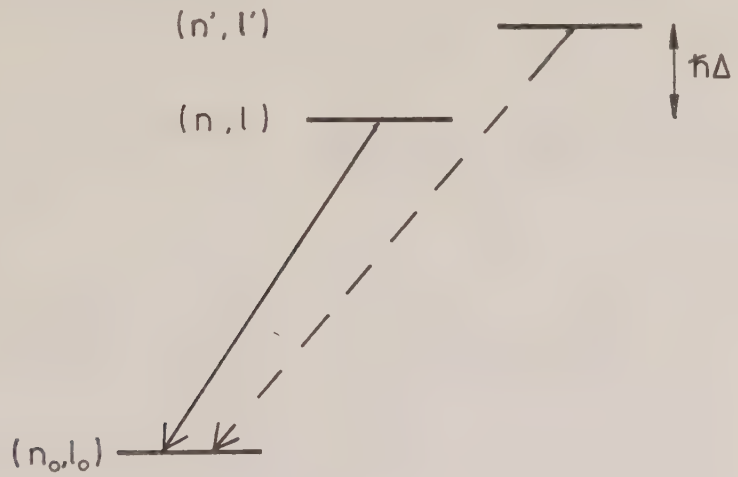
Für alle Experimente zur Messung von Satellitenspektren wird der Laser für 671 nm auf die Dublettkomponente $2^2P_{3/2}$ von ^7Li abgestimmt. So wird nur eine Isotopenart angeregt, und eine Beeinflussung der Spektren durch verschiedene Isotope wird vermieden. Außerdem entfällt die lästige Dublettaufspaltung der Satelliten.

Es ist zu beachten, daß diese Beschränkung auf eine Isotopensorte durch eine selektive Anregung bei allen Zweiphotonenprozessen vom Grundzustand zum 4^2D-Niveau nicht möglich ist, da dann nicht mehr eine Isotopentrennung durch die gezielte Besetzung des Niveaus $2^2P_{3/2}$ von ^7Li erfolgen kann.

4. Theorien zum hochfrequenten Starkeffekt

4.1. Ansatz von Baranger und Mozer

Die grundlegende Rechnung zum hochfrequenten Starkeffekt in nichtentarteten atomaren Systemen führten Baranger und Mozer 1961 durch. Sie diskutierten den Einfluß eines hochfrequenten elektrischen Feldes auf das Emissionsverhalten eines Drei-Niveau-Systems. Ihr Ansatz geht von dem folgenden Termschema aus:



Der Übergang von $(n,l) \rightarrow (n_o,l_o)$ ist erlaubt, er wird als erlaubter Übergang oder als Hauptlinie bezeichnet. Der Terminologie von Baranger und Mozer folgend heißt der Übergang $(n',l') \rightarrow (n_o,l_o)$ verbotene Linie oder verbotener Übergang, da $\Delta l = 0$ oder ± 2 ist und der Übergang daher nach den Auswahlregeln für Dipolstrahlung verboten ist. Die Energiedifferenz zwischen den

Niveaus (n',l') und (n,l) wird im allgemeinen mit $\hbar\Delta$ bezeichnet.

Wirkt auf das beschriebene Drei-Niveau-System ein elektrisches Feld

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_p \cos(\Omega t + \varphi) \tag{4.1}$$

mit statistisch verteilter Phase φ und Amplitude ein, so folgt aus der Störungsrechnung bis zur zweiten Ordnung das Auftreten von zwei Satellitenlinien im Abstand $\pm\hbar\Omega$, symmetrisch zum verbotenen Übergang. Die integralen Intensitäten der beiden Satellitenlinien relativ zur Hauptlinie betragen

$$S^{\pm} = \frac{e^2 a_o^2}{6\hbar^2} R_{ll'} E_{rms}^2 \frac{1}{(\Delta \pm \Omega)^2} \tag{4.2}$$

mit $$R_{ll'} = \frac{\max(l,l')}{2l+1} \left(R_{nl}^{n'l'} \right)^2 .$$

Der energetisch tiefer liegende Satellitenübergang wird mit $-\hbar\Omega$ bezeichnet, der höher liegende mit $+\hbar\Omega$.

Bei einer Beschreibung im Teilchenbild faßt man die Satellitenübergänge als Zwei-Quanten-Prozesse auf. Je nach Satellitenlinie werden bei der Emission ein Photon und zusätzlich ein Feldquant (Satellit $-\hbar\Omega$) emittiert oder es werden ein Photon emittiert und ein Feldquant absorbiert (Satellit $+\hbar\Omega$).

Gekoppelt mit dem Auftreten von Satellitenlinien ist eine Verschiebung der Niveaus (n,l) und (n',l'). Beide haben betragsmäßig die gleiche Shift, sie bewegen sich aber entgegengesetzt. Nach Griem (1974) beträgt die Verschiebung

$$|\Delta\omega_S| = \frac{e^2 a_o^2}{6\hbar^2} \left(\frac{1}{\Delta+\Omega} + \frac{1}{\Delta-\Omega} \right) R_{ll'} E_{rms}^2 . \tag{4.3}$$

Es hat sich bald nach der Entwicklung dieser Theorie gezeigt, daß der Gültigkeitsbereich dieser einfachen Störungsrechnung zweiter Ordnung schnell verlassen wird. Sie ist nur für den Bereich kleiner Niveauverschiebungen gültig. Es muß folgende Bedingung erfüllt werden:

$$|\Delta\omega_s| \ll \Omega \,. \tag{4.4}$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich als Abschätzung für die elektrische Feldamplitude

$$E_{rms}^2 \ll \frac{h^2}{e^2 a_o^2} \frac{6}{R_{ll'}} (\Delta^2 - \Omega^2) \frac{\Omega}{2\Delta} \,. \tag{4.5}$$

Für Lithium mit $\Delta/2\pi$ = 150 GHz als Abstand der Niveaus 4^2D und 4^2F und einer Feldfrequenz von $\Omega/2\pi$ = 9.55 GHz muß die Feldstärke

$$E_{rms} \ll 4 \text{ kV/cm}$$

sein. Experimentell zeigt sich, daß die Theorie von Baranger und Mozer bis zu Feldstärken von ca. 1-2 kV/cm bei diesen Lithiumniveaus angewendet werden kann.

Unter Berücksichtigung von Termen höherer Ordnung wurde von Griem (1974) eine Erweiterung der Theorie durchgeführt. Er hat sie bis zu Satelliten $\pm 2\Omega$, symmetrisch zur Hauptlinie, fortgesetzt. Eine Weiterführung der Entwicklung nach diesem Ansatz zu Satelliten höherer Ordnung ist nicht mehr sinnvoll.

4.2. Ansatz von Hicks, Hess und Cooper

Hicks, Hess und Cooper (1972) haben einen anderen Weg zur Berechnung der Satelliten vorgestellt. Ausgangspunkt ihrer Überlegungen ist die Schrödingergleichung

$$i\hbar\,|\dot{\psi}(\vec{r},t)\rangle = H\,|\psi\rangle = (H_0+H_1+H_2)\,|\psi\rangle \qquad (4.6)$$

mit H_0 als zeitunabhängigem Hamiltonoperator des ungestörten Atoms. Der Satz der zu H_0 gehörigen Eigenfunktionen $|U_j\rangle$ und Eigenwerte $\hbar\omega_j$ sei bekannt:

$$H_0\,|U_j\rangle = \hbar\omega_j\,|U_j\rangle \qquad j = 1,2,\ldots \qquad (4.7)$$

H_1 beschreibt die Wechselwirkung zwischen dem ungestörten Atom und einem externen statischen Magnetfeld $\vec{B}$. Bei geeigneter Wahl von $\vec{B}$ ist es möglich, daß die $|U_j\rangle$ nicht nur Eigenfunktionen von H_0, sondern auch von $H_0 + H_1$ sind, d.h.

$$(H_0+H_1)\,|U_j\rangle = \hbar\omega_j'\,|U_j\rangle. \qquad (4.8)$$

Der Anteil H_2 des Hamiltonoperators beinhaltet die Wechselwirkung des Atoms mit einem externen elektrischen Feld $\vec{E}(t)$. Damit folgt:

$$H_2(t) = \vec{d}\cdot\vec{E}(t) \qquad (4.9)$$

mit $\vec{d}$ als Dipolmoment des Atoms. Um den Formalismus von Hicks, Hess und Cooper anwenden zu können, muß der Hamiltonoperator der zeitabhängigen Störung wie folgt zerlegbar sein:

$$H_2(t) = H_2^{+}\cdot e^{i\Omega t} + H_2^{-}\, e^{-i\Omega t} \qquad (4.10)$$

Entwickelt man die Wellenfunktion $|\psi>$ gemäß

$$|\psi(\vec{r},t)> = \sum_{j=1}^{N} T_j(t)\,|U_j>\,, \tag{4.11}$$

so müssen zur Lösung der Schrödingergleichung (4.6) die zeitabhängigen Koeffizienten dieses Ansatzes bestimmt werden. Aus der Gleichung (4.6) folgt

$$i\hbar \sum_{j=1}^{N} \dot{T}_j\,|U_j> = \sum_{j=1}^{N} (\hbar\omega_j + H_1 + H_2)\,T_j(t)\,|U_j>. \tag{4.12}$$

Das Multiplizieren mit $<U_{j'}|$ von links und das Vertauschen der Indizes führen unter Verwendung von (4.10) auf

$$i\hbar\,\dot{T}_j = \hbar\,\omega_j T_j + \sum_{j'=1}^{N} (\alpha_{jj'} + \beta^{+}_{jj'} e^{i\Omega t} + \beta^{-}_{jj'} e^{-i\Omega t})\,T_{j'} \tag{4.13}$$

$$j = 1, 2, \ldots, N$$

mit den Matrixelementen

$$\alpha_{jj'} = <U_j|\,H_1\,|U_{j'}> \tag{4.14}$$

$$\beta^{\pm}_{jj'} = <U_j|\,H_2^{\pm}\,|U_{j'}>. \tag{4.15}$$

Entwickelt man die zeitabhängigen Koeffizienten $T_j(t)$ nach

$$T_j(t) = e^{-i\lambda t} \sum_{s=-\infty}^{\infty} C_{js}\, e^{-is\Omega t}\,, \tag{4.16}$$

wobei alle Koeffizienten λ und C_{js} zeitunabhängig sind, so erhält man aus (4.13) ein lineares Gleichungssystem. Da es für alle Zeiten t gelten muß, müssen die Koeffizienten der gleichen Potenzen von $e^{-i\Omega t}$ die folgende Gleichung erfüllen:

$$0 = (\hbar\omega_j - s\hbar\Omega - \hbar\lambda)\, C_{js} + \sum_{j'=1}^{N} (\alpha_{jj'} C_{j's} + \beta^{+}_{jj'} e^{i\Omega t}\, C_{j's-1} + \beta^{-}_{jj'} e^{-i\Omega t} C_{j's+1}) \tag{4.17}$$

mit $j = 1, 2, \ldots, N$

$s = -\infty, \ldots, +\infty$.

Dabei gibt N die Anzahl der beteiligten Niveaus an. Der Index s bezeichnet die Ordnung der Satelliten. Im allgemeinen normiert man die Koeffizienten C_{js} auf 1.

$$\sum_{j,s} |C_{js}|^2 = 1 \tag{4.18}$$

Die Bedeutung der $|C_{js}|^2$ liegt darin, daß sie die relativen Intensitäten der einzelnen Satelliten s zum Niveau j angeben. Jeden Satelliten s kann man als einen s+1 Quantenprozeß verstehen, an dem s elektrische Feldquanten und 1 Photon beteiligt sind.

Das Gleichungssystem (4.17) stellt eine exakte Lösung der Schrödingergleichung dar. Für die weitere Berechnung muß dieses unendliche System begrenzt werden. Da die Satelliten mit steigendem Index |s| in ihrer Intensität abnehmen, kann man die relative Intensität $|C_{js}|^2$ aller Satelliten mit $|s| \geq S$ auf 0 setzen. Damit wird das Gleichungssystem (4.17) endlich.

Von seiner Struktur her stellt das System linearer Gleichungen ein Eigenwertproblem dar. In der Matrixschreibweise nimmt es folgende Form ein:

$$A \cdot C = \lambda \cdot C \tag{4.19}$$

mit $C = (C_{js})$ $\quad j = 1, 2, \ldots, N$

$-S \leq s \leq +S$.

Die Matrix A wird nach der Vorlage von (4.17) konstruiert. Die Eigenwerte λ geben die Verschiebungen der Niveaus gegenüber dem ungestörten Fall an; die zugehörigen Eigenvektoren die Intensitäten der Satelliten.

4.3. Berechnung der Satellitenintensitäten und der Niveauverschiebungen

Für die Berechnung der Satellitenintensitäten und der Niveauverschiebungen wird das Gleichungssystem (4.19) numerisch gelöst.

Im Experiment findet nur ein linear polarisiertes hochfrequentes elektrisches Feld

$$\vec{E}(t) = E_0 \vec{e}_z \cos(\Omega t) \tag{4.20}$$

Verwendung. Daher sind alle Koeffizienten $\alpha_{jj'} = 0$. Der Operator H_2 ist in der Form (4.10) darstellbar mit

$$H_2^{\pm} = \frac{1}{2} \vec{d} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} e E_0 z . \tag{4.21}$$

Die Matrixelemente β erfüllen daher die Beziehung $\beta^{+}_{jj'} = \beta^{-}_{jj'}$. Die Matrix A wird dann eine hermitesche und symmetrische Matrix.

Für die Berechnung der Matrixelemente β werden die Wellenfunktionen $|U_j>$ benötigt. Hier ist die Ähnlichkeit von Lithium mit Wasserstoff von Vorteil. Für die in die numerischen Rechnungen Eingang findenden Niveaus beträgt die Abweichung der effektiven Quantenzahl n^* von n nach Lindgård und Nielsen (1977) weniger als 0,05%. Eine Ausnahme bildet nur das 4^2P-Niveau (1,16%); der Einfluß dieses Termes ist allerdings gering. Bei den Rechnungen kann man damit für die höheren Zustände auf Wasserstoffwellenfunktionen zurückgreifen:

$$\beta^{\pm}_{jj'} = <n\ l\ m|H_2^{\pm}|n'\ l'\ m'> \tag{4.22}$$
$$= \frac{1}{2} e E_0 <n\ l\ m|z|n'\ l'\ m'> .$$

Bei der speziellen Wahl der Polarisation des Feldes $\vec{E}$ in Richtung $\vec{e}_z$ mischen sich die m-Komponenten nicht, da nur Übergänge mit $\Delta m = 0$ möglich sind. Deshalb können die Berechnungen der Satellitenintensitäten und der Niveauverschiebungen für die verschiedenen m-Komponenten separat erfolgen.

Aus der Struktur der Matrix A läßt sich ablesen, daß sich jeweils 2 Niveaus gegeneinander verschieben, zwischen denen ein Dipolmatrixelement $\beta_{jj'} \neq 0$ existiert. Wie schon in dem Modell für kleine Feldstärken ist auch in diesem Fall das Ausmaß der Verschiebung vom Termabstand Δ abhängig. Die Satellitenintensität und auch die Verschiebung nehmen etwa proportioal Δ^{-2} ab. Daher beeinflussen sich beim Lithium nur Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl n merklich. Für die weitere Auswertung sind dementsprechend nur Matrixelemente $\beta_{jj'}$ mit $n = n'$ von Bedeutung.

Wir haben die Satellitenspektren für die Niveaus $n = 4$ und $n = 5$ berechnet. Erst ab diesen Zuständen werden die Termabstände Δ so klein, daß bei den in einem Versuch realisierbaren HF-Feldern die Satelliten meßbare Intensitäten annehmen.

Alle Frequenzdifferenzen, die die Lage der in die Rechnungen eingehenden Niveaus beschreiben, sind auf das obere Niveau des jeweiligen erlaubten Überganges bezogen.

Das untere Niveau (2^2P) kann als ungestört angenommen werden, weil die benachbarten Niveaus 2^2S und 3^2S sehr weit entfernt sind.

4.3.1. Satelliten zu den Niveaus 4^2P, 4^2D und 4^2F

Für n = 4 beträgt der Abstand vom P- zum D-Niveau $\Delta_1/2\pi$ = 4615 GHz (Bashkin und Stoner 1975), die entsprechende Frequenzdifferenz zwischen dem D- und F-Niveau beläuft sich nach unseren Messungen auf $\Delta_2/2\pi$ = 150 GHz. Der Zustand 4^2S ist zu weit entfernt, um die übrigen noch merklich zu beeinflussen. Das Niveau 4^2D ist nach der Terminologie von 4.1 der obere Zustand des erlaubten Überganges; es wird von Satellitenlinien umgeben, deren Abstand zum 4^2D ein gerades Vielfaches von Ω beträgt. Dagegen werden die Niveaus 4^2P und 4^2F von Satellitenlinien im Abstand von ungeraden Vielfachen der Feldfrequenz Ω begleitet.

Nach Bethe und Salpeter (1977) hängen die Matrixelemente nur von |m| ab. Für das Niveaupaar 4^2D - 4^2F ergeben sich die Matrixelemente β zu

$$\beta_{jj'} = \frac{1}{2} e E_0 \langle 4\ 3\ m | z | 4\ 2\ m \rangle \qquad (4.23)$$

$$= \frac{1}{2} e E_0 a_0\ 6 \sqrt{\frac{9 - m^2}{5}}$$

mit |m| = 0, 1, 2; für das Paar 4^2D - 4^2P zu

$$\beta_{jj'} = \frac{1}{2} e E_0 \langle 4\ 2\ m | z | 4\ 1\ m \rangle \qquad (4.24)$$

$$= \frac{1}{2} e E_0 a_0\ 6 \sqrt{4\,\frac{4 - m^2}{5}}$$

mit |m| = 0, 1.

Auf Grund der unterschiedlichen Matrixelemente zeigen die einzelnen m-Komponenten eine verschieden stark ausgeprägte Verschiebung und auch verschieden hohe Satellitenlinien. Die Verschiebung nimmt mit zunehmendem |m| ab, da β kleiner wird. Die Abb. 9 zeigt das prinzipielle Verhalten der Niveaus und der zugehörigen Satel-

liten bei einer HF-Feldfrequenz von 9,55 GHz. Bei den im Experiment auftretenden Feldstärken zeigen die Komponenten mit m = 0 und mit |m| = 1 eine etwa gleich große Verschiebung. Sie sind deshalb in der Abbildung nicht getrennt gezeichnet. Die Komponenten mit |m| = 2 weisen eine vergleichsweise geringe Shift auf und sind separat dargestellt.

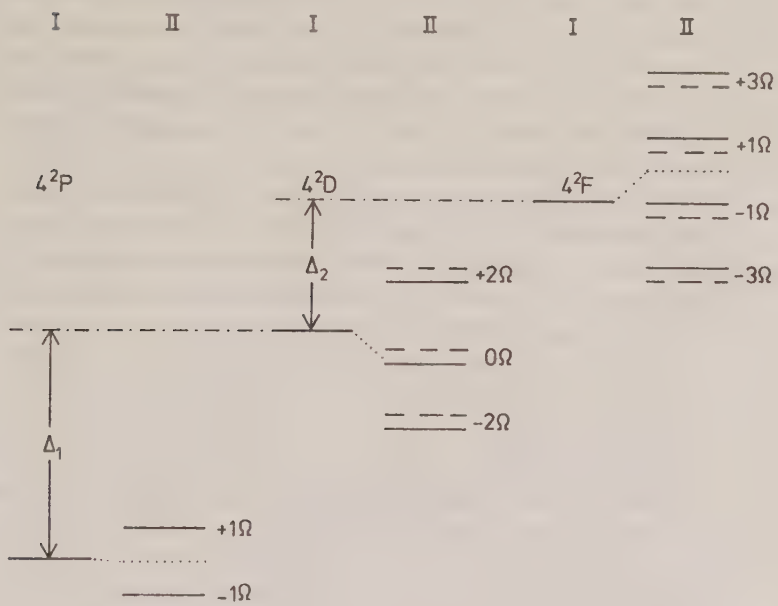


Abb. 9: Shiftverhalten der Niveaus mit n = 4;
$\Delta_1/2\pi$ = 4615 GHz, $\Delta_2/2\pi$ = 150 GHz;
——— Komponenten |m| = 0, 1, ----- Komponenten |m| = 2;
I: unverschobene Niveaus, II: Niveaus unter dem Einfluß eines HF-Feldes

Die Eigenwerte der Matrix A können mit verschiedenen numerischen Verfahren ermittelt werden. Da für die Berechnung bei hohen Feldstärken Satelliten bis zur Ordnung S = 15 berücksichtigt werden, muß bei drei beteiligten Niveaus eine 93x93-Matrix diagonalisiert werden.

Bei derart umfangreichen Matrizen ist aus ökonomischen Erwägungen eine Konditionierung der Matrizen vor der Diagonalisierung zu empfehlen. Für viele numerische Verfahren ist eine solche sogar notwendig, damit die Rechenverfahren auf die richtigen Eigenwerte laufen. Für unser Problem besteht eine geeignete Konditionierung der Matrix A darin, daß die Diagonalelemente der Größe nach angeordnet werden.

Für die numerische Lösung haben wir die Matrix mit dem Verfahren von Householder (siehe z.B. Stoer und Bulirsch 1978) auf eine Tridiagonalgestalt reduziert, und anschließend wurden die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren mit dem QL-Algorithmus (siehe z.B. Wilkinson und Reinsch 1971) bestimmt. Dazu wurde ein Unterprogramm der NAG-Bibliothek des Rechenzentrums der RUB benutzt.

Dieses Verfahren ermittelt immer zuerst den größten Eigenwert. Die Eigenwerte sind deshalb nach ihrer Größe geordnet, die zugehörigen Eigenvektoren sind in der gleichen Weise angeordnet. Bei den relativ einfachen Satellitenspektren der n = 4 Niveaus kann man die zu den einzelnen Satellitenübergängen gehörigen Eigenwerte dennoch leicht identifizieren, da sich die Beiträge vom 4^2D- und vom 4^2F-Niveau kaum überlappen.

Die im folgenden dargestellten Spektren zeigen immer die 4^2D-Anteile, die zu den einzelnen Niveaus beigemischt sind. Daher repräsentieren sie auch direkt ein Spektrum, wie man es bei vorhandener Stoßkopplung der oberen Niveaus in Emission auf der Linie bei 460 nm messen könnte. Deshalb erfolgte auch die Wichtung der

m-Komponenten mit 1/5 für m = 0 und jeweils 2/5 für |m| = 1, 2. Die so berechneten Beimischungen des 4^2D-Zustandes zu den einzelnen Niveaus sind auch für die Absorptionsmessungen relevant, da sie die Übergangswahrscheinlichkeit für die Absorption bestimmen.

Die Abb. 10 zeigt ein berechnetes Spektrum für eine Mikrowellenfeldstärke von E_o = 10 kV/cm. Bei dieser Feldamplitude verschieben sich die Beiträge von |m| = 2 um etwa 10 GHz weniger als die von |m| = 0, 1. Sie sind deshalb gut auflösbar. Die Hauptlinie ist von Satellitenlinien bis -8Ω umgeben. Um die Position des verbotenen Überganges $4^2F \rightarrow 2^2P$ befinden sich die Satellitenlinien mit einem ungeraden Vielfachen von Ω als Frequenzabstand zum 4^2F. Ebenso zeigen sich Satellitenlinien zum verbotenen Übergang $4^2P \rightarrow 2^2P$. Es ist zu beachten, daß hier nur die |m| = 0, 1 Komponenten auftreten können. Für die Erstellung dieses Spektrums wurde ein Apparateprofil, wie bei Hicks (1973) angegeben, verwendet.

Die Abb. 11 zeigt die Niveauverschiebungen für die verschiedenen m-Komponenten der Zustände 4^2P, 4^2D und 4^2F in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke. Die Frequenzangaben beziehen sich immer auf die Positionen der ungestörten Niveaus. Die Verschiebungen erfolgen stets in der Art, daß die Summe der Niveauverschiebungen von 4^2P, 4^2D und 4^2F für eine m-Komponente bei jeder Feldamplitude identisch 0 ist.

Man sieht, daß zwei benachbarte Niveaus jeweils auseinanderdriften. Durch die Anwesenheit des 4^2P-Niveaus wird das 4^2D-Niveau wieder etwas in Richtung des 4^2F-Niveaus geschoben. Daher unterscheiden sich die Verschiebungen von 4^2D und 4^2F mit zunehmender Feldstärke immer mehr, weil der Einfluß vom 4^2P steigt.

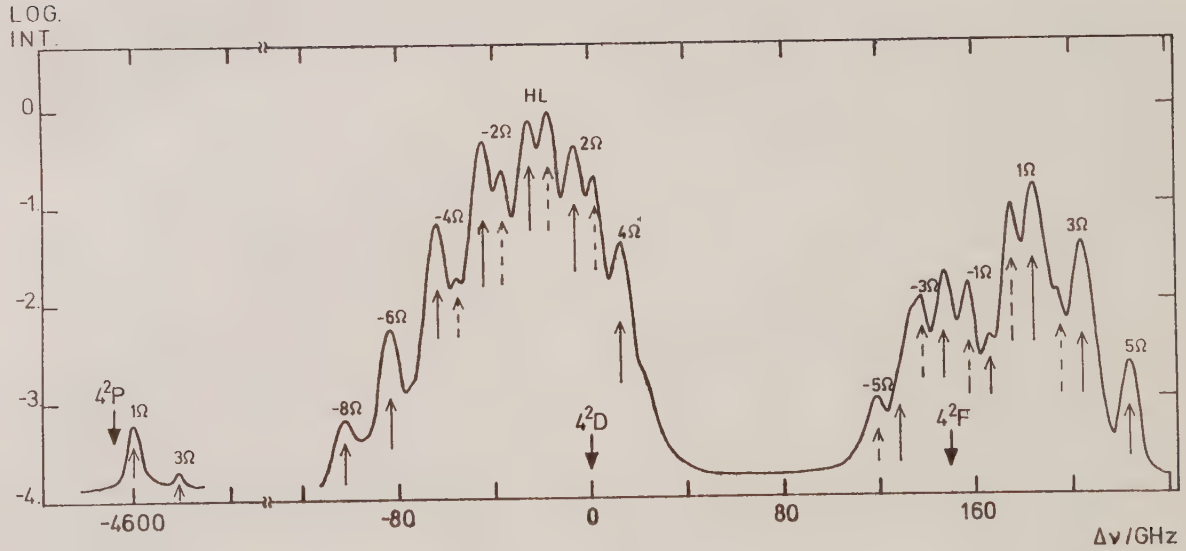


Abb. 10: Berechnetes Emissionsspektrum für die Linie bei 460 nm; dargestellt sind die 4^2D-Beimischungen für eine Feldstärke von 10 kV/cm und eine Feldfrequenz von 9,55 GHz mit der Wichtung 1/5 für m = 0 und 2/5 für |m| = 1, 2; die ungestörten Positionen sind durch ↓ gekennzeichnet; ↑ markiert die |m| = 0, 1 Anteile, ⇡ die |m| = 2 Anteile

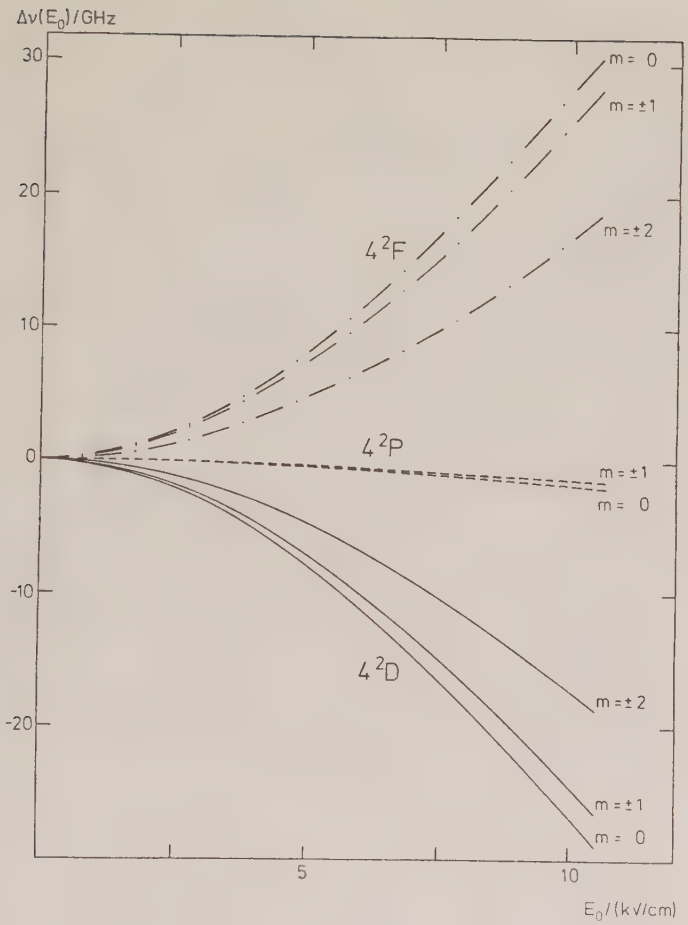


Abb. 11: Niveauverschiebungen für die einzelnen Komponenten in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke

In der Abb. 12 sind der Übergang $4^2D \rightarrow 2^2P$ und die zugehörigen Satellitenlinien dargestellt, sowie diejenigen des verbotenen Überganges. Die Abbildung zeigt die Entwicklung der Spektren für steigende Feldamplituden E_o bei einer Frequenz von $\Omega/2\pi = 9{,}55$ GHz. Durch Pfeile sind die Positionen der unverschobenen Übergänge markiert. Die Wichtung der m-Komponenten erfolgte wie bei Abb. 10.

Ab etwa 7,5 kV/cm unterscheiden sich die Verschiebungen für die einzelnen m-Komponenten so weit, daß die Satellitenlinien aufgespalten werden. Die $|m| = 2$ Komponente kann dann getrennt registriert werden.

Mit steigender Feldstärke wächst die Intensität der stärksten Satellitenlinien, die den erlaubten Übergang umgeben, bis auf 70% der Hauptlinie an. Entsprechend erreichen die intensivsten Satellitenübergänge zur verbotenen Linie 25% der Hauptlinienintensität. Das Verhältnis der Satelliten $+\Omega$ und $-\Omega$ ändert sich besonders stark mit der Feldstärke. Bei $E_o = 1$ kV/cm beträgt es nach Baranger und Mozer $S_{+\Omega}/S_{-\Omega} = 0{,}77/1$; bei einer Feldstärke von 3 kV/cm beträgt es bereits 1/1. Die Verhältnisse haben sich bei einer Feldamplitude von 10 kV/cm komplett verändert; das Intensitätsverhältnis beläuft sich auf $S_{+\Omega}/S_{-\Omega} = 120/1$.

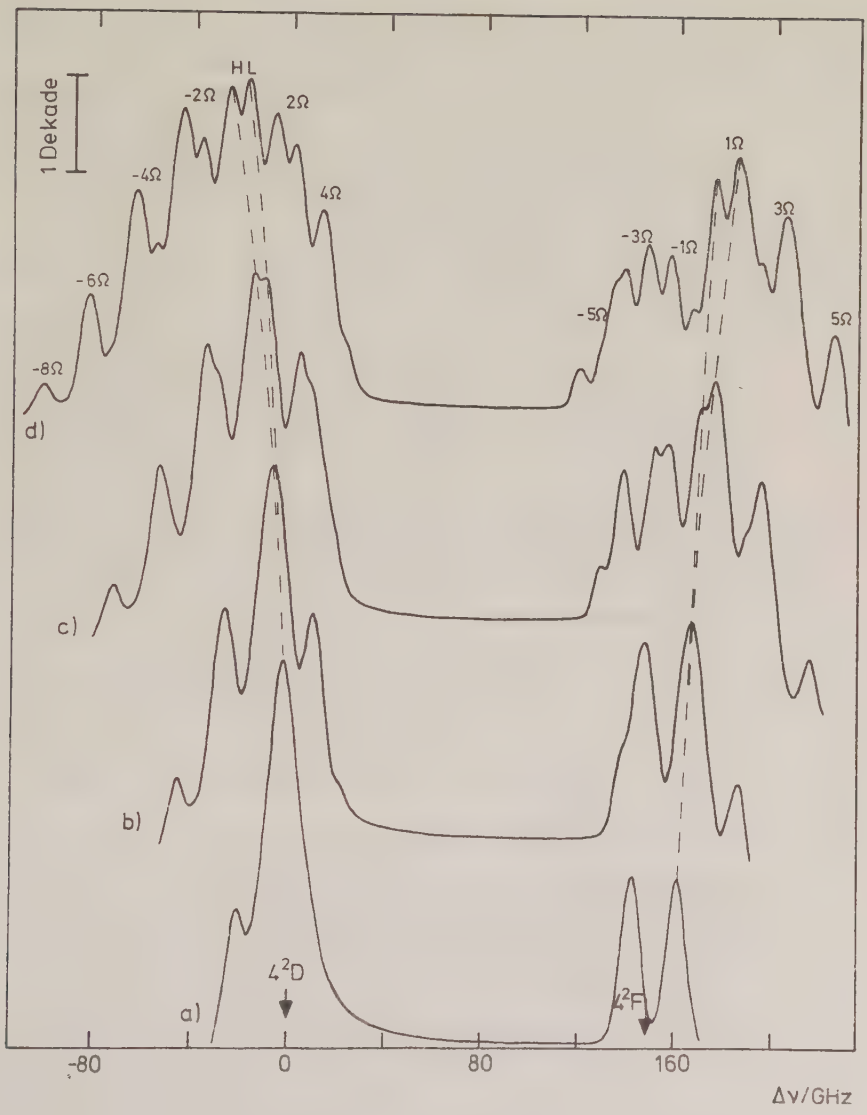


Abb. 12: Berechnete Emissionsspektren für die Linie bei 460 nm bei verschiedenen Feldstärken E_o
a) 2,5 kV/cm, b) 5 kV/cm, c) 7,5 kV/cm,
d) 10 kV/cm

4.3.2. Satelliten zu den Niveaus 5^2P, 5^2D, 5^2F und 5^2G

Die Verhältnisse sind für diese Niveaus sehr ähnlich zu denen mit n = 4. Zusätzlich treten diesmal noch Satellitenlinien zu dem Niveau 5^2G auf; sie haben einen Frequenzabstand von diesem Niveau, der durch gerade Vielfache von Ω gegeben ist.

Die für die numerischen Rechnungen benutzten Niveauabstände sind $\Delta_1/2\pi$ = 2376 GHz für 5^2P - 5^2D, für 5^2D - 5^2F sind es $\Delta_2/2\pi$ = 80 GHz und $\Delta_3/2\pi$ = 91 GHz für den Termabstand 5^2D - 5^2G (siehe Abschnitt 5.1.). Die zugehörigen Dipolmatrixelemente werden wieder unter der Verwendung von Wasserstoffwellenfunktionen berechnet.

Die geringen Frequenzdifferenzen zwischen den einzelnen Zuständen verursachen schon bei kleinen elektrischen Feldern hohe Satellitenintensitäten. Daher muß der Abschneideparameter S (siehe Abschnitt 4.2) sehr groß gewählt werden. Aus Gründen einer rationellen Rechnerbenutzung und Speicherplatzausnutzung haben wir für das 5^2P-Niveau Satelliten bis $|s|$ = 7 in die Rechnung eingeschlossen, für 5^2D bis $|s|$ = 11 und für die beiden übrigen Zustände werden bis zu $\pm$17 Satelliten berücksichtigt.

Eine Folge der hohen Satellitenzahlen ist die starke frequenzmäßige Überdeckung der Satelliten von Zuständen mit verschiedenen Bahndrehimpulsen. Deshalb treten trotz einer geeigneten Konditionierung der Matrix A Schwierigkeiten bei der numerischen Behandlung auf. Es treten unter Umständen mehrere mehrfache Eigenwerte auf. Für eine zuverlässige Konvergenz vieler Verfahren sind aber betragsmäßig getrennte Eigenwerte notwendig.

Auch das in 4.3.1. beschriebene numerische Verfahren kann nicht benutzt werden. Die Ursache liegt allerdings in der Tatsache, daß es die Eigenwerte nach der Größe

ordnet. Schon bei mittleren Feldstärken, d.h. bei 3 kV/cm, können die berechneten Eigenwerte nicht mehr zuverlässig den zugehörigen Satellitenübergängen zugeordnet werden.

Für die numerische Auswertung benutzten wir deshalb das Verfahren von Jacobi (siehe z.B. Beresin und Shidkow 1971). Der Vorteil beruht auf der eindeutigen Zuordnung von Eigenwert und Satellitenübergang; denn die Matrix A enthält auf der Diagonalen die ungestörten Linienpositionen der Satelliten, und nach der Diagonalisierung mit dem Verfahren von Jacobi stehen auf den entsprechenden Plätzen die Satellitenpositionen unter Einwirkung des elektrischen Feldes. Das Jacobiverfahren besteht in der sukzessiven Anwendung von elementaren Drehmatrizen U_{ij} auf die Matrix A. Die Transformation U_{ij} ist so auszuführen, daß das betragsmäßig größte Nichtdiagonalelement (a_{ij}) auf 0 transformiert wird. Auf diese Weise wird die Matrix A in eine Diagonalmatrix

$$\Lambda = U^{-1} \cdot A \cdot U \qquad (4.25)$$

mit $U = U_{ij} \cdot U_{kl} \cdot U_{mn} \cdots$

überführt. Auf ihrer Diagonalen stehen dann die Eigenwerte von A.

In unserem Fall konvergiert das Verfahren nicht notwendigerweise gegen den richtigen Eigenwert. Dieses Problem behebt das von Stoer und Bulirsch angegebene modifizierte Jacobiverfahren. Dazu wird nicht das jeweils betragsmäßig größte Nichtdiagonalelement auf 0 transformiert, sondern die Drehungen U werden in geeigneter Reihenfolge ausgeführt, nämlich zeilenweise:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & U_{n-1,n} \\
 & & & & & U_{n-2,n-1}, & U_{n-2,n} \\
 & & & \cdot & & \cdot & \\
 & & \cdot & & & \cdot & \\
 & \cdot & & & & \cdot & \\
U_{1,2}, & U_{1,3}, & \cdot & \cdot & \cdot & , & U_{1,n}
\end{array}
\qquad (4.26)
$$

und anschließend wird diese Reihenfolge zyklisch wiederholt. Mit dieser Methode konnten die Satellitenlinien zuverlässig berechnet werden. Zu Kontrollzwecken haben wir mit diesem Ansatz auch die Satelliten für die Niveaus mit n = 4 berechnet und die gleichen Ergebnisse wie mit dem Householder- und QL-Verfahren erhalten.

Die Abb. 13 zeigt ein mit diesem Verfahren gewonnenes Satellitenspektrum bei einer Feldstärke von E_o = 4 kV/cm. Es erfolgte die gleiche Wichtung der m-Komponenten wie für den Fall mit n = 4, die Beiträge von |m| = 3 sind nicht dargestellt. Damit zeigt die Abbildung ein Emissionsspektrum, gemessen auf der Lithiumlinie bei 413 nm. Die |m| = 3 Anteile müssen in dieser Darstellung entfallen, weil das 5^2D keine |m| = 3 Komponente enthält.

Die Entwicklung der Satellitenspektren für steigende Feldstärke ist in Abb. 14 dargestellt. Durch Pfeile sind die Positionen der unverschobenen Niveaus gekennzeichnet. Diesmal differieren die Verschiebungen der einzelnen m-Komponenten ab 3 kV/cm so weit, daß die |m| = 2 Anteile getrennt werden können. Die Anteile der |m| = 3 Komponenten wirken sich für diese berechneten Emissionsspektren, wie schon erwähnt, nicht aus. Daher erfolgte die Wichtung wie im Fall mit n = 4.

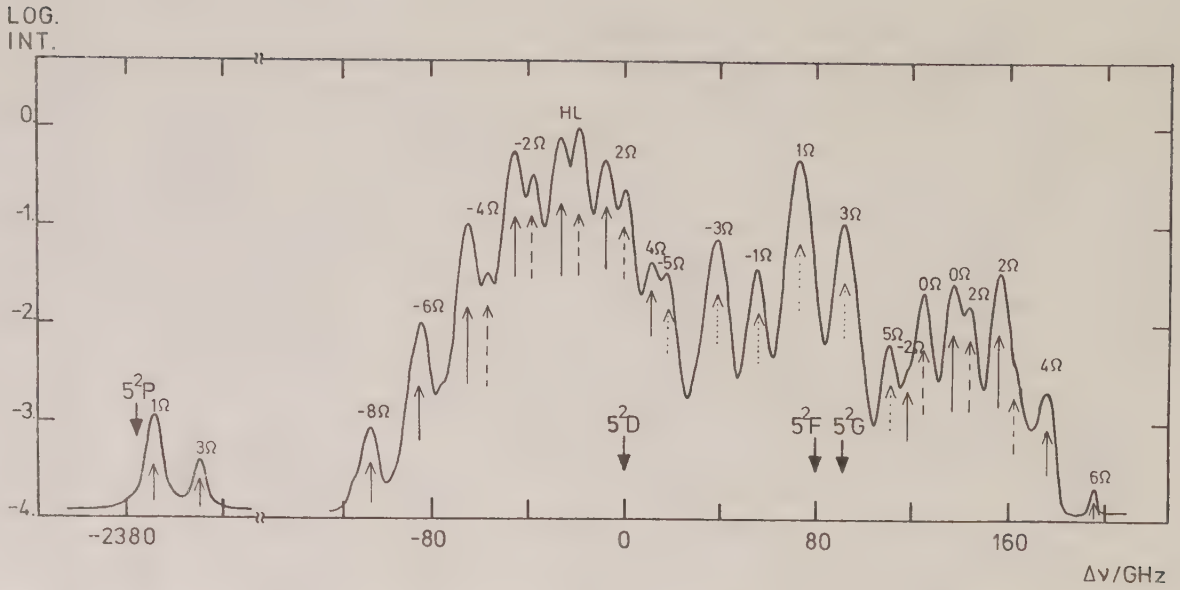


Abb. 13: Berechnetes Emissionsspektrum für die Linie bei 413 nm; dargestellt sind die 5^2D-Beimischungen für eine Feldstärke von 4 kV/cm und eine Feldfrequenz von 9,55 GHz mit der Wichtung 1/5 für m = 0, 2/5 für |m| = 1, 2 und 0 für |m| = 3; die ungestörten Positionen sind durch ↓ gekennzeichnet; ↑ markiert die |m| = 0, 1 Anteile, ⇡ die |m| = 2 Anteile und ⇞ die Beiträge von |m| = 0, 1, 2

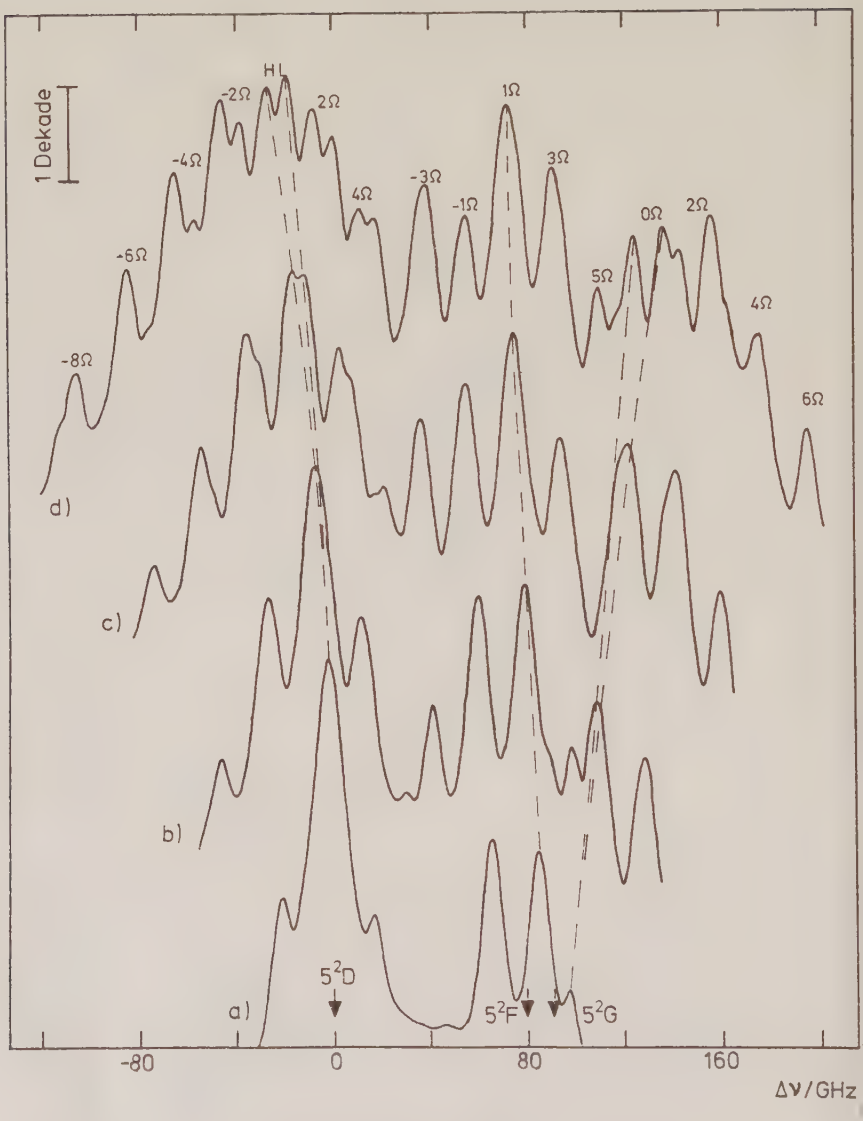


Abb. 14: Berechnete Emissionsspektren für die Linie bei 413 nm bei verschiedenen Feldstärken E_o
a) 1 kV/cm, b) 2 kV/cm, c) 3 kV/cm, d) 4 kV/cm

5. Experimentelle Ergebnisse und ihre Interpretation

5.1. Bestimmung des Abstandes D-Niveau - F-Niveau

Eine genaue Kenntnis des Niveauabstandes $4^2D - 4^2F$ ist für die numerische Berechnung der Satelliteninten-sitäten von wesentlicher Bedeutung. Da die in der Literatur zu findenden Angaben in erheblichem Maß streuen, wurde die Energiedifferenz von uns experimentell bestimmt. So werden für den Abstand der beiden Terme von Striganov und Sventitskii (1968) 120,5 GHz angegeben, während Wiese et al. (1966) sowie Bashkin und Stoner (1975) eine Frequenzdifferenz von 204 GHz notieren. Lindgård und Nielsen (1977) berechneten den Wert zu 148,8 GHz.

Wir haben den Niveauabstand aus den Verschiebungen der beiden Terme 4^2D und 4^2F abgeleitet. Die Niveauverschiebung ist bei kleinen elektrischen Feldstärken proportional dem Quadrat der Feldstärke (Wiegart 1981):

$$|\Delta\nu_{HL}(E_0)| = |\Delta\nu_{VL}(E_0)| \sim E_0^2 . \qquad (5.1)$$

Ab einer Feldstärke von etwa 20 kV/cm wird die Verschiebung dagegen direkt proportional zum elektrischen Feld.

Es wurden zur Bestimmung des Intervalles Δ Linienprofile bei verschiedenen Feldamplituden gemessen. Daraus wurde die Frequenzdifferenz $\Delta\nu(E_0)$ (Frequenzintervall von der Hauptlinie zur verbotenen Linie) gewonnen:

$$\Delta\nu(E_0) = \frac{\Delta}{2\pi} + |\Delta\nu_{HL}(E_0)| + |\Delta\nu_{VL}(E_0)| \qquad (5.2)$$

$$= \frac{\Delta}{2\pi} + c\,E_0^2 \qquad (c = \text{konst.}).$$

Für $E_0 \to 0$ erhält man aus (5.2) den unverschobenen Ab-

stand Δ. Aus dem Diagramm (Abb.15) $\Delta\nu(E_o)$ gegen E_o^2, wobei E_o^2 proportional der eingestrahlten Mikrowellenleistung P_M ist, wurde ein Wert $\Delta/2\pi = (150 \pm 3)$ GHz extrapoliert. Dieser Wert stimmt gut mit dem von Lindgård und Nielsen angegebenen überein. Er wurde von uns deshalb für die numerischen Rechnungen verwendet.

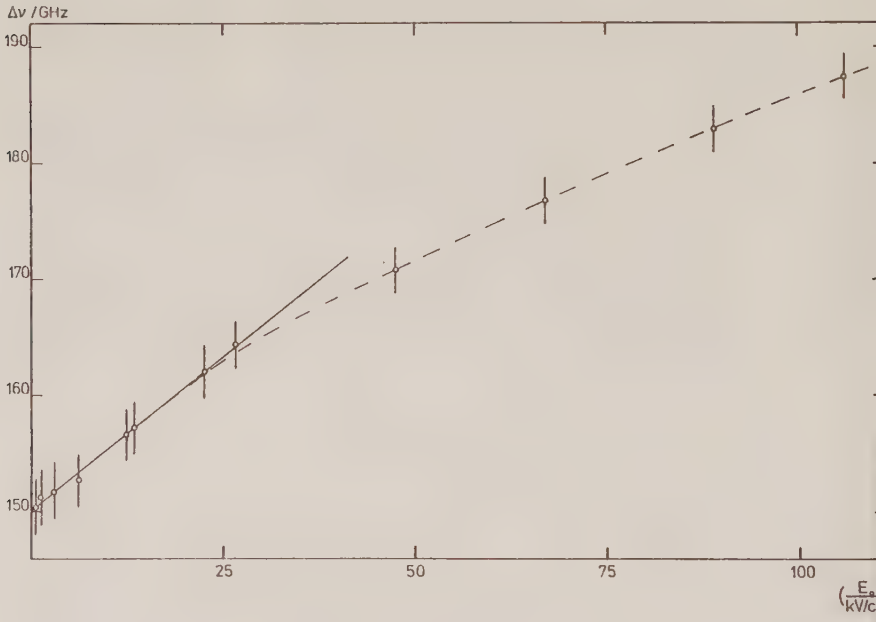


Abb. 15: Frequenzabstand $\Delta\nu$ der Niveaus 4^2D und 4^2F gegen E_o^2; für kleine Feldstärken wird der Kurvenverlauf durch eine Gerade approximiert, aus ihr wird $\Delta/2\pi = (150 \pm 3)$ GHz extrapoliert

Für die Niveaus mit n = 5 ist die Situation ähnlich wie für die mit n = 4. Genaue Angaben für die einzelnen Termabstände Δ_i sind nicht verfügbar. Die Unsicherheiten sind sogar noch größer, weil die Lage des G-Niveaus sehr schlecht bestimmt werden kann. Eine genaue Berechnung der Satellitenintensitäten kann aber nur kleine Fehler in den Niveauabständen tolerieren, weil sie das Spektrum stärker beeinflussen als für n = 4. Diese Anforderungen werden von dem Abstand $5^2F - 5^2G$ verursacht, da er in die Nähe der Mikrowellenfrequenz kommt.

Eine experimentelle Bestimmung der notwendigen Daten ist mit der eben beschriebenen Methode nicht mit ausreichender Genauigkeit durchführbar, weil der Bereich, in dem die Verschiebung dem Quadrat der Feldstärke proportional ist, zu schnell verlassen wird. Das Verfahren ist außerdem prinzipiell nicht gut geeignet, zwei Abstände gleichzeitig zu ermitteln. Da eine Messung mit $\pm$10 GHz Fehler behaftet wäre, fanden in den Rechnungen Daten Verwendung, die auf folgende Weise aus den Ergebnissen der Messungen von Cooke et al. (1977) extrapoliert wurden. Alle dabei beteiligten Niveaus ($n \geq 4$) von Lithium sind in guter Näherung durch Wasserstoffwellenfunktionen beschreibbar; die Termenergie ist nach Shore und Menzel (1968)

$$E(n,l,j) = -hcR\left[\frac{(Z-\sigma_l)^2}{n^2} + \alpha^2\frac{(Z-\sigma_l)^4}{n^3}\left\{\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right\}\right]. \quad (5.3)$$

Für Litnium ist ab n = 3 der Abschirmparameter $\sigma \equiv 0$. Die Extrapolation beschränkt sich auf die Niveaupaare mit gleichem n und $\Delta l = \pm 1$. Als Energiedifferenz zweier solcher Niveaus erhält man:

$$\Delta E = \left| \frac{hcR\alpha^2 Z^4}{n^3} \; \frac{1}{(j+1/2)\cdot(j+3/2)} \right| . \quad (5.4)$$

Da die Energiedifferenz ΔE proportional n^{-3} ist, kann aus den gemessenen Werten für n = 7 bis n = 11 auf die Niveauabstände für n = 4 und n = 5 geschlossen werden. Die so ermittelten Daten sind Δ_2 = 80 GHz für $5^2D - 5^2F$ und Δ_3 = 11 GHz für den Termabstand $5^2F - 5^2G$. Diese extrapolierten Werte dürften recht zuverlässig sein, denn der für n = 4 ermittelte Wert stimmt auf 5% mit dem von uns gemessenen überein.

5.2. Messung von Linienprofilen bei verschiedenen Mikrowellenfeldstärken

Nach den vorangegangenen Modellrechnungen (mit dem Ansatz von Hicks, Hess und Cooper) ändern sich mit steigender Feldstärke die Linienprofile von der einfachen, von Baranger und Mozer vorhergesagten, Struktur mit zwei Satellitenlinien bei $\pm\Omega$ zu der komplizierten mit mehreren Satellitenlinien zur Hauptlinie und zur verbotenen Komponente. Diese Entwicklung ist in der Abbildung 12 dargestellt. Unser Experiment ermöglicht es, diese Voraussage erstmals auch bei hohen elektrischen Feldstärken zu überprüfen. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Möglichkeit, das unterschiedliche Verhalten der einzelnen m-Komponenten zu untersuchen. Außerdem kann der Bereich ermittelt werden, für den die Beschreibung nach Baranger und Mozer ausreicht.

Die ersten Messungen zum HF-Starkeffekt in Lithium (Rebhan, Wiegart und Kunze 1981) zeigen, daß für kleine elektrische Feldstärken der theoretische Ansatz von Baranger und Mozer die Satellitenspektren befriedigend erklärt. Es zeigen sich allerdings auch schon die ersten Ansätze zur Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment.

Die Entwicklung dieser Tendenz ist in den Abbildungen 1a) - c) im Anhang D aufgezeigt. Es sind dort mehrere Satellitenspektren zusammengefaßt, die bei unterschiedlichen Feldamplituden aufgezeichnet wurden. Aus ihnen ist abzulesen, daß bei den vorliegenden experimentellen Bedingungen der Gültigkeitsbereich der Beschreibung nach Baranger und Mozer ab einer Feldstärke von etwa 1-2 kV/cm verlassen wird. Ab dieser Größenordnung treten Satellitenlinien höherer Ordnung auf und das Intensitätsverhältnis der Satelliten $+\Omega$ und $-\Omega$ ändert sich drastisch. Es entwickelt sich von

$S_{+\Omega}/S_{-\Omega} = 0{,}77/1$ (dies entspricht dem Modell von Baranger und Mozer) bis $S_{+\Omega}/S_{-\Omega} = 120/1$ (bei einer Feldstärke E_o = 10 kV/cm). Dieses Verhältnis folgt aus der Theorie von Hicks, Hess und Cooper. Die Abbildungen 1 im Anhang D zeigen im Vergleich mit der Abb. 12, daß diese Theorie eine gute Beschreibung der Linienprofile liefert.

In den Abbildungen 1 des Anhanges D ist die Entwicklung der Satellitenlinien von einer Feldstärke $E_{o\ min}$ = 1,1 kV/cm bis zur höchstmöglichen $E_{o\ max}$ = 11,6 kV/cm dargestellt. Zum Vergleich ist auch ein Spektrum ohne Mikrowellenfelder angeführt. Die angegebenen Feldamplituden wurden aus den gemessenen Niveauverschiebungen abgeleitet, indem sie mit den aus den Modellrechnungen folgenden Verschiebungen verglichen wurden.

Die Mikrowellenfeldstärken wurden auch unabhängig von den Modellrechnungen bestimmt. Für jedes einzelne Spektrum wurde die Mikrowellenleistung im Monitorkanal mit einer X-Band-Diode gemessen. Da keine Absolutmessung mit dieser Diode durchgeführt wurde, kann so nur die relative elektrische Feldamplitude ermittelt werden. Die auf diese Weise bestimmten Feldstärkeverhältnisse von jeweils zwei aufeinanderfolgenden Spektren decken sich ausgezeichnet mit den zugehörigen berechneten Amplitudenverhältnissen.

Zusätzlich konnte auch die maximal mögliche Feldamplitude bestimmt werden. Dazu waren einige Messungen an unserer Mikrowellenanlage notwendig, die am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Abteilung Elektrotechnik ausgeführt wurden. So wurde der Auskoppelgrad unseres Richtkopplers zu 46 % bestimmt. Als Transmission der Quarzfenster, die als Vakuumdurchführungen benutzt werden, wurden jeweils 85 % gemessen. Der das Beobachtungsvolumen umgebende Hohlleiter weist durch die verschiedenen Öffnungen eine vermin-

derte Transmission auf; sie wurde zu 87 % gemessen.

Zur Bestimmung der Feldstärke wird außerdem die Ausgangsleistung des Magnetrons benötigt. Sie wurde von der AEG-Telefunken bei der Frequenz 9,55 GHz zu 204 kW bestimmt (Meßblatt S7/PRT/MIW vom 21.05.80).

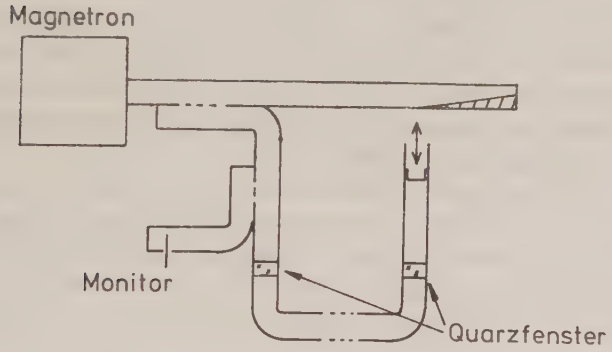


Abb. 16: Schematischer Aufbau der Mikrowellenanlage

Für die Berechnung der Feldamplitude aus den Meßdaten muß auch das Reflexionsvermögen der Fenster bekannt sein, damit der reflektierte Anteil phasenrichtig überlagert werden kann. Der Verlustwinkel für Quarz beträgt bei dieser Wellenlänge $\delta = 8 \cdot 10^{-4}$ (Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker 1970). Absorption tritt also nicht auf und die verminderte Transmission beruht auf dem Reflexionsvermögen der 1 mm dicken Quarzscheiben. Aus der gemessenen Reduzierung der Transmission folgt eine Reflektivität von 15%.

Weil die Dielektrizitätskonstante für Quarz bei der Frequenz der Mikrowellen bekannt ist ($\varepsilon_r = 3{,}80$ nach Narias und Green, 1946), kann die Reflektivität der

Fenster auch berechnet werden. Diese Berechnung erfolgt nach dem gleichen Schema, mit dem die Reflektivität und die Transmission einer dielektrischen Scheibe für ebene Wellen bestimmt werden (siehe z.B. Stratton 1941). Da sich das Quarzfenster im Hohlleiter befindet, kann nicht mit ebenen Wellen gearbeitet werden, sondern es sind die Feldverteilungen der Hohlleitermode, in unserem Fall die H_{10}-Welle, für die Rechnung zu verwenden. Man erhält für jedes Fenster eine Reflektivität von 13% in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert. Die Phasenverschiebung der reflektierten Welle ergibt sich aus der Rechnung zu $-0{,}66\pi$.

Die elektrische Feldamplitude E_o berechnet sich aus der im Hohlleiter transportierten Leistung P_H. Nach Meinke (1966) besteht der Zusammenhang:

$$P_H = \frac{1}{4} a\, b\, \frac{E_o^2}{Z_{Vak}} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2} \quad . \tag{5.5}$$

Damit ist es jetzt möglich, die Feldstärke im Beobachtungsvolumen zu bestimmen. Dazu muß die Abschwächung der Hohlleitermoden durch die Fenster und die Öffnungen in dem Hohlleiterbogen beachtet werden. Die Beiträge der hinlaufenden und der rücklaufenden Welle sind aufzuaddieren. Phasenrichtig muß noch der am zweiten Fenster reflektierte Anteil überlagert werden. Die Phasendifferenz ergibt sich aus der Phasenverschiebung bei der Reflexion an dem Quarzfenster und der optischen Wegdifferenz der beiden zurücklaufenden Wellen von 15,9 mm (entspricht $0{,}73\pi$) - bei der Kurzschlußschieberstellung für maximale Feldstärke - sowie dem Phasensprung bei der Reflexion am Leitungsende. Die auf diese Weise ermittelte maximale Feldamplitude beträgt $(11{,}5 \pm 0{,}6)$kV/cm. Diese Feldstärke entspricht sehr gut der aus der Niveauverschiebung abgeleiteten von maximal 11,6 kV/cm.

Zur Demonstration der Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Spektren ist ein bei einer großen Feldstärke erstelltes Spektrum vollständig indiziert (Abb. 17). Die Identifizierung der einzelnen Satellitenlinien ist erst mit der nach Kapitel 4 ausgeführten und in der Abb. 10 dargestellten Rechnung möglich.

Das Linienprofil der Abb. 17 zeigt die experimentell gewonnenen Satelliten sehr hoher Ordnung, wie sie bisher nur aus der Theorie bekannt waren. Das Spektrum besteht aus zwei ineinander verschachtelten Satellitenmustern, die zu den verschiedenen m-Komponenten gehören. Die höchsten Satellitenübergänge, die noch nachweisbar sind, sind 6Ω auf der Hauptlinie und -7Ω auf dem verbotenen Übergang. Diese Übergänge kann man auch als Mehrquantenprozesse auffassen, bei denen 1 Photon und n elektrische Feldquanten beteiligt sind. In dieser Interpretation ist ein -7Ω Satellit ein 8 Quantenprozeß.

Dieses Profil zeigt auch deutlich das extreme Verhältnis der beiden Satellitenlinien $+\Omega$ und $-\Omega$ bei hohen Feldstärken für die Komponenten $|m| = 0, 1$.

Diese Übereinstimmung zwischen Theorie und experimentellem Ergebnis bezieht sich auch auf die Satelliten zum Niveau 4^2P. Sie konnten ab einer Feldstärke von 10 kV/cm gemessen werden. Ein entsprechendes gemessenes Linienprofil ist in der Abb. 18 dargestellt. Es werden, wie zu erwarten, nur die Satellitenlinien $+1\Omega$ und $+3\Omega$ so groß, daß sie aus dem Rauschen hervortreten. Man darf, obwohl die verwendete Feldstärke für den Niveauabstand $4^2P - 4^2D$ eine kleine ist, nicht auf die Beschreibung von Baranger und Mozer zurückgreifen, da kein einfaches Drei-Niveau-System vorliegt. In der Rechnung muß die Auswirkung des 4^2F-Niveaus auf das 4^2D enthalten sein. Bei den vorliegenden Feldamplituden

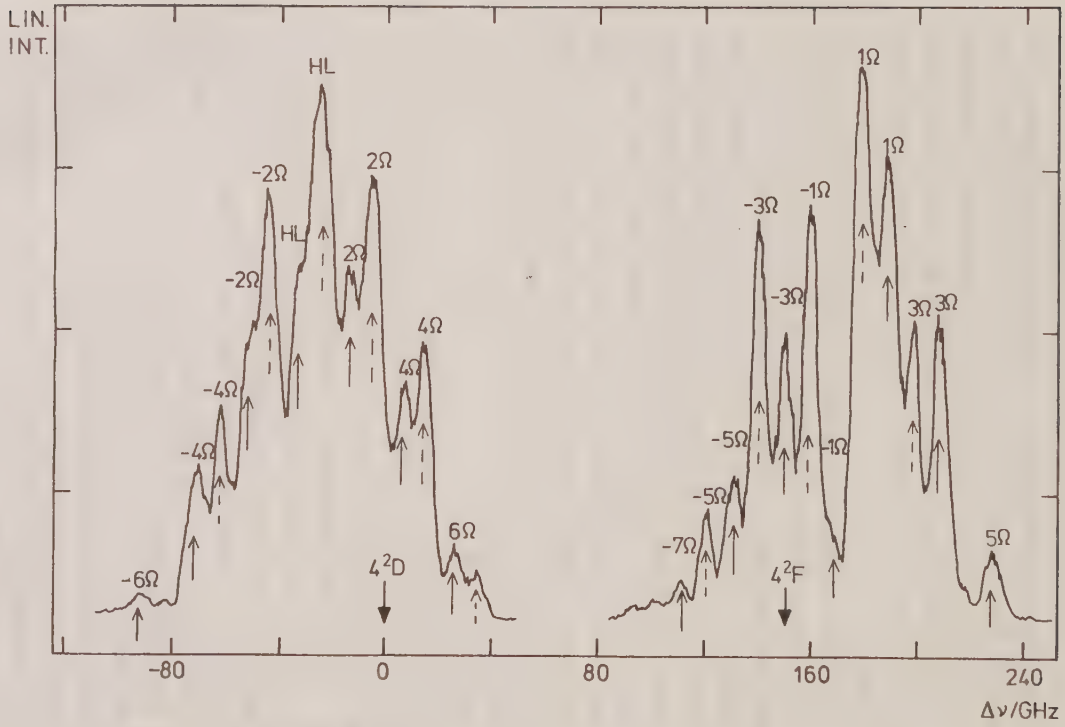


Abb. 17: Gemessenes Spektrum von Satellitenlinien zu den Niveaus 4^2D und 4^2F bei einer Feldstärke von 9,5 kV/cm; das Fluoreszenzlicht wurde auf den Linien bei 460 nm bzw. 610 nm gemessen; ↑ kennzeichnet Satelliten der Komponenten $|m| = 0, 1$, ⇡ die der $|m| = 2$ Komponenten

sind diese beiden Zustände schon sehr stark gemischt, und man kann nicht mehr bei der Berechnung von getrennten Niveaus ausgehen.

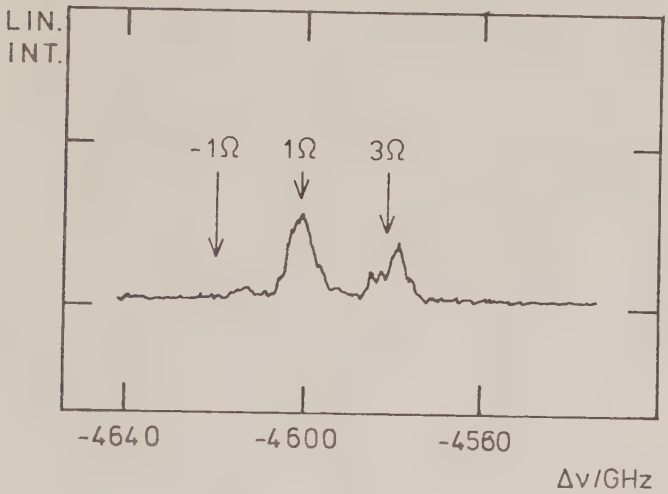


Abb. 18: Gemessenes Spektrum von Satellitenlinien zu dem Niveau 4^2P bei einer Feldstärke von 11,6 kV/cm; das Fluoreszenzlicht wurde auf der Linie bei 274 nm gemessen

Dieser Vergleich der experimentellen und berechneten Daten zeigt eine gute Übereinstimmung, was die Anzahl und die Positionen der Satellitenlinien angeht. Ein direkter Vergleich der Intensitäten ist noch nicht möglich, da die experimentellen Ergebnisse noch die Effekte des Laserpumpens enthalten. Für eine vollständige Beschreibung der Meßdaten ist eine Analyse des Sättigungsverhaltens notwendig. Sie umfaßt auch eine Diskussion des Einflusses des zeitlichen und des räumlichen Laserprofiles auf die Linienprofile. Da diese Aspekte bisher bei Arbeiten zum HF-Starkeffekt in Absorption

nicht berücksichtigt worden sind, wird hier noch ausführlich auf sie eingegangen werden.

Bei der Interpretation von solch stark strukturierten Linienprofilen erhebt sich die Frage, ob die Linien nicht auf Störeffekten beruhen.

Eine mögliche Störursache könnte eine Aufspaltung der Spektrallinien durch den Zeemaneffekt sein. Die in dem Experiment vorhandenen Magnetfelder sind so gering, daß die von ihnen verursachte Aufspaltung weit unter der Auflösungsgrenze im Bereich der natürlichen Linienbreite liegt.

Störend wirken sich auch Spektrallinien von anderen Elementen aus. Die im Lithium als Fremdatome enthaltenen Elemente haben keine Übergänge, die durch die Laser angeregt werden können. Da kein Plasma vorhanden ist, scheidet auch eine Anregung durch Elektronenstoß aus.

Es zeigt sich auch experimentell, daß diese beiden Störursachen keine Auswirkung haben oder nicht auftreten. Das in der Abb. 1a) des Anhanges D gezeigte Linienprofil, das ohne die Anwesenheit eines elektrischen Feldes gemessen wurde, besteht nur aus der einen Linie des Überganges $4^2D \rightarrow 2^2P$.

In die Diskussion von Störeffekten, die die durch den HF-Starkeffekt beeinflußten Linienprofile verändern, gehören seit der ersten Erwähnung durch Drawin und Ramette (1978) auch Molekülllinien. Entsprechend den He_2-Molekülen, die unter geeigneten Bedingungen in Heliumplasmen gebildet werden können, könnten sich in diesem Versuch Li_2-Moleküle störend bemerkbar machen. Unter den vorherrschenden experimentellen Bedingungen ist die Dichte der Li_2-Moleküle im Lithiumdampf etwa um einen Faktor 10^{-3} geringer als die der Lithiumatome (Douglas et al. 1969). Von daher ist eine Beeinflussung der Spektren kaum möglich. Lithiummoleküle als Stör-

quelle scheiden auch noch aus einem anderen Grund aus. Die beiden im sichtbaren Spektralbereich liegenden Li_2-Molekülbanden - die blaugrüne und die rote - liegen so günstig, daß sowohl in den Bereich der Linie bei 460 nm als auch in den der bei 610 nm keine Moleküllinien fallen (Velasco et al. 1969, Loomis und Nusbaum 1931).

Eine Verfälschung der Satellitenspektren kann auch durch H_2-Moleküle hervorgerufen werden, wie es Piel und Pinnekamp (1980) zeigten. Der dafür notwendige Wasserstoff kann in unserer Apparatur nur in der Form von Wasserdampf vorliegen, da die Anlage nie mit H_2 gefüllt wurde. Die Belegung der Wände mit H_2O dürfte in der Nähe des Beobachtungsvolumens gering sein, weil sie durch den Lithiumtiegel aufgeheizt werden. Gegen die Existenz von H_2-Molekülen spricht die Tatsache, daß in der Anlage kein Plasma gezündet wird. Damit besteht keine Möglichkeit, H_2-Moleküle aus dem Wasserdampf zu bilden. Gegen die Störung von Linienprofilen durch die Moleküle spricht auch noch folgendes Argument. Nach Crosswhite (1972) liegen in der Umgebung der beobachteten Übergänge zwar einige schwache H_2-Moleküllinien. Ihre relativen Abstände können jedoch in keiner Weise die Strukturen der gemessenen Spektren erklären.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Satellitenspektren nicht durch die Existenz von Moleküllinien gestört werden. Es lassen sich alle in den Linienprofilen auftretenden Linien mit dem HF-Starkeffekt erklären. Gegen Störeffekte spricht die Tatsache, daß sich außerdem alle Linien mit steigender Feldstärke in der geforderten Weise verschieben, wie man den Abbildungen 1a) - c) des Anhanges D entnehmen kann.

An verschiedenen Stellen dieser Arbeit wird darauf hingewiesen, daß in unserer Anlage bei den vorliegenden Arbeitsbedingungen kein Plasma gezündet wird. In der folgenden Diskussion wird begründet, warum die Existenz eines Plasmas ausgeschlossen werden kann.

Eine mögliche Quelle für freie Elektronen ist die Ionisation durch den Farbstofflaser für 460 nm. Das mit seiner Hilfe besetzte Niveau 4^2D liegt 0,85 eV unter der Ionisationsgrenze von Lithium I. Da die Photonenenergie aber 2,7 eV beträgt, ist vom 4^2D eine Anregung in Kontinuumszustände hinein möglich. Die Übergangswahrscheinlichkeit für diesen Prozeß gebunden→frei kann aus dem entsprechenden Wirkungsquerschnitt bestimmt werden. Für den Übergang vom 4^2D ins Kontinuum beträgt nach Karzas und Latter (1961) der Wirkungsquerschnitt für die Absorption

$$\sigma_{4^2D \to frei} = 9{,}9 \cdot 10^{-19}\,cm^2 \qquad (5.6)$$

bei einer Photonenenergie von 2,7 eV. Für unsere experimentellen Bedingungen ergibt sich daraus die Übergangswahrscheinlichkeit für die Ionisation durch Photonenabsorption zu

$$W_I = 1{,}2 \cdot 10^5\,s^{-1}\,. \qquad (5.7)$$

Diese Übergangswahrscheinlichkeit ist extrem klein im Vergleich zu der des Absorptionsprozesses $2^2P \to 4^2D$ ($W_{2^2P \to 4^2D} = 6{,}5 \cdot 10^{10}\,s^{-1}$). Bei einer Neutralteilchendichte des Grundzustandes von etwa $5 \cdot 10^{16}\,m^{-3}$ ist durch die Photoionisation vom 4^2D eine Elektronendichte von maximal $10^{11}\,m^{-3}$ zu erwarten.

Diese so produzierten Elektronen werden zwar im Mikrowellenfeld beschleunigt, aber bei den vorliegenden geringen Neutralteilchendichten beträgt die Stoßfrequenz nur etwa $\nu_c = 10^4\,s^{-1}$ (siehe z.B. Boyd und

Sanderson 1969). Damit ist eine Elektronenstoßionisation praktisch ausgeschlossen.

Eine Volumenionisation durch das Mikrowellenfeld kann auch ausgeschlossen werden, weil der Druck und die geometrischen Dimensionen so liegen, daß man in einen Bereich der Paschenkurve kommt, in dem bei den vorhandenen Feldstärken keine Zündung möglich ist. Ein Plasma müßte außerdem die Mikrowellenfeldstärke im Beobachtungsvolumen drastisch reduzieren.

Ein Plasma kann sich bei den vorliegenden Dichten und geometrischen Abmessungen nicht ausbilden. Für eine typische Plasmatemperatur von 1 eV wäre die Debyelänge schon größer als die Hohlleiterdimension (siehe z.B. Spitzer 1962).

Damit entfällt in diesem Experiment auch eine Stoßkopplung der oberen Niveaus. Deshalb müssen die Satelliten zum verbotenen Übergang auf einer anderen Linie nachgewiesen werden als die zur Hauptlinie. Es gibt außerdem keine störenden Plasmafelder, die die Linienprofile beeinflussen.

5.3. Messung von Linienprofilen unter dem Einfluß einer Feldstärkeverteilung

Die Rechnungen nach der Methode von Hicks, Hess und Cooper sind nur für monochromatische Felder ausführbar. Zugelassen sind jedoch Verteilungen von linear polarisierten Feldern einer Frequenz. Liegt ein Spektrum von Feldamplituden vor, so wird die Auflösung der einzelnen Satellitenlinien sehr schnell unmöglich, denn die verschiedenen Feldamplituden bedingen unterschiedliche Verschiebungen. Die Grenze, ab der keine Satelliten mehr auflösbar sind und die benachbarten Linien verschmelzen, ist erreicht, wenn die Differenz der Verschiebungen, verursacht von minimaler und maximaler Feldstärke, in die Größenordnung der Frequenz des elektrischen Feldes kommt:

$$|\Delta\nu(E_{max})| - |\Delta\nu(E_{min})| \leq \Omega . \qquad (5.8)$$

Wenn die einzelnen Amplituden verschieden gewichtet sind, kann sich diese Grenze etwas verschieben. Die Bedingung (5.8) hängt wesentlich vom Niveauabstand Δ und der Feldfrequenz Ω ab. Beide beeinflussen die Halbwertsbreite der Feldverteilung, bei der noch eine Auflösung der Satelliten erfolgen kann.

Bei einer kleinen Frequenz, wie sie im Experiment benutzt wurde, wird die oben angegebene Grenze schnell erreicht. Wir haben ein Spektrum mit einer Verteilung von Feldamplituden experimentell aufgezeichnet. Dazu wurden im Gegensatz zu den sonst üblichen 2 mm das Fluoreszenzlicht über die gesamte Schlitzlänge im Hohlleiter von 15 mm registriert. Da im Hohlleiter stehende Wellen erzeugt werden, variiert auf der Beobachtungslänge die Feldamplitude bei einer Wellenlänge im Hohlleiter von $\lambda = 4{,}33$ cm von $E_{min} = 4{,}4$ kV/cm bis

E_{max} = 9,5 kV/cm. Bei einer solch breiten Feldverteilung können die Satellitenlinien nicht mehr alle einzeln aufgelöst werden.

In der Abb. 19 ist ein mit dieser Feldverteilung gemessenes Satellitenspektrum wiedergegeben. Besonders auf der Hauptlinie macht sich die Verteilung bemerkbar, es können keine Einzellinien aufgezeichnet werden.

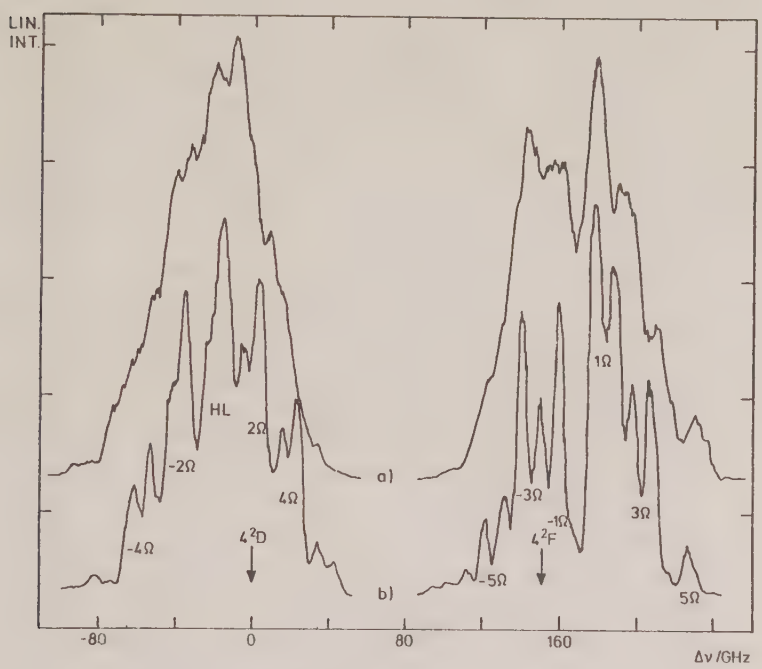


Abb. 19: a) bei einer Feldverteilung gemessenes Spektrum,
b) zum Vergleich ein bei einer Feldstärke von E_o = 9,5 kV/cm gemessenes Spektrum

Die nachstehende Abb. 20 zeigt im Vergleich ein berechnetes Spektrum (E_o = 9,5 kV/cm) und ein unter dem Einfluß einer Feldverteilung (4,4 kV/cm ≤ E ≤ 9,5 kV/cm) berechnetes Profil.

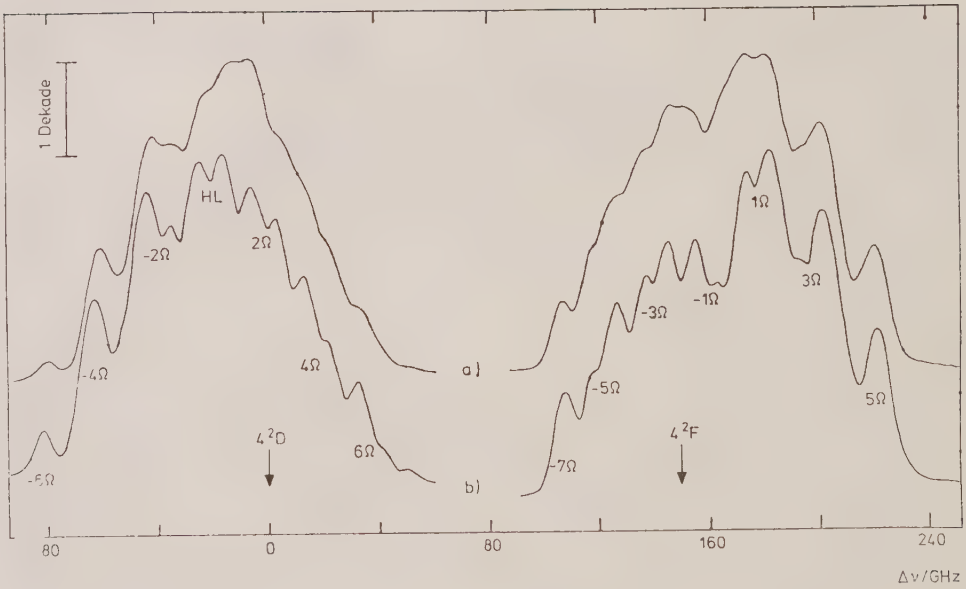


Abb. 20: Logarithmische Darstellung zweier berechneter Profile für:
a) eine Feldstärkeüberlagerung, wie sie experimentell realisierbar ist
b) eine Feldamplitude E_o = 9,5 kV/cm (zum Vergleich)

6. Diskussion des Sättigungsverhaltens

Die Messungen wurden mit Laserresonanzfluoreszenzmethoden durchgeführt. Damit sind alle gemessenen Linienprofile von Sättigungseffekten beeinflußt, d.h. die Höhe und die Breite einzelner Satellitenlinien werden durch das Strahlungsfeld des Lasers u_ν verändert. Daher ist im allgemeinen eine Sättigungsentzerrung notwendig, bevor man aus den experimentellen Resultaten auf tatsächliche Linienhöhen schließen kann. Für die Anwendung von Fluoreszenzmethoden bei Messungen zum HF-Starkeffekt bedeutet dies, daß man erst nach einer Entzerrung die relativen Höhen der Satellitenlinien kennt und anschließend auf die elektrischen Felder zurückschließen kann.

Eine Elimination der Sättigungseinflüsse durch eine Sättigungsentzerrung bedeutet aber, daß für jeden Profilpunkt eine Sättigungskurve mit einer Variation des Strahlungsfeldes über mehrere Zehnerpotenzen erstellt werden muß. Weil bei einem stark strukturierten Spektrum dieser Weg in keiner Weise praktikabel ist, wurde von uns der Einfluß des Laserfeldes u_ν auf das Linienprofil, das sich aus den Modellrechnungen nach Hicks, Hess und Cooper ergibt, berechnet. Die gute Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Spektren zeigt, daß auf diese Weise eine Interpretation von Spektren ohne Sättigungsentzerrung im üblichen Sinn möglich ist. Dafür wird von uns das berechnete Profil durch die Sättigungseffekte verzerrt. Voraussetzung für diesen Weg ist allerdings, daß ein Modell zur Berechnung der Satellitenintensitäten existiert. Wenn dies nicht der Fall ist, kann eine vollständige Interpretation der Meßergebnisse kaum erfolgen, weil eine zuverlässige Sättigungsentzerrung nicht durchführbar sein dürfte.

6.1. Änderung eines Satellitenspektrums durch Sättigung

Da keine Sättigungsentzerrung der gemessenen Spektren durchgeführt werden kann, müssen die für einen Vergleich mit den experimentellen Werten theoretisch bestimmten Linienprofile wie folgt berechnet werden:

a) Ausgangspunkt sind die Satellitenspektren, die der Ansatz von Hicks, Hess und Cooper liefert. Um den Einfluß des Laserpumpens in Sättigung auf diese Profile zu erfassen, müssen die Ratengleichungen gelöst werden, die die Besetzungen der oberen Niveaus beschreiben. In Abschnitt 6.1.1. werden die Lösungen dieser Gleichungen und damit auch die Bevölkerungen der oberen Zustände für eine konstante spektrale Energiedichte u_ν des Anregungslasers analytisch bestimmt.

b) Aus diesen Besetzungszahlen muß noch die Intensität der Fluoreszenzstrahlung berechnet werden. Die dazu notwendigen Schritte sind in Abschnitt 6.1.2. aufgeführt.
Dafür muß erstens die Variation des räumlichen Laserstrahlprofiles über das Beobachtungsvolumen berücksichtigt werden, weil Licht aus verschiedenen Raumbereichen registriert wird und die unterschiedlichen Strahlintensitäten lokal verschiedene Besetzungen der oberen Niveaus bedingen. Zweitens ist noch die polarisationsabhängige Transmission der Nachweisoptik in der Rechnung zu beachten.

Die auf diese Weise berechneten Spektren werden mit den experimentell gewonnenen Linienprofilen verglichen.

6.1.1. Berechnung der relativen Besetzungsdichte des oberen Niveaus bei Laseranregung

Die Berechnung der durch die HF-Felder beeinflußten Spektren erfolgte unter der Verwendung von Wasserstoffwellenfunktionen, mit denen die Niveaus n = 4 und n = 5 beschrieben werden. Bei Lithium ist dies möglich, da die Niveaus sehr wasserstoffähnlich sind, und der Elektronenspin ist für den HF-Starkeffekt ohne Bedeutung. Um die Besetzungsdichte des oberen Niveaus bei Laseranregung zu bestimmen, sind auch für die Beschreibung des Ausgangsniveaus 2^2P Wasserstoffwellenfunktionen zu benutzen. Dazu werden die Wellenfunktionen $|n\ j\ m_j>$ des Niveaus nach den entsprechenden Wasserstoffwellenfunktionen $|n\ l\ m>$ entwickelt.

Mit dem Laser für die Wellenlänge 671 nm wird das Niveau $2^2P_{3/2}$ aus den in Abschnitt 3.2 erwähnten Gründen bevölkert. Damit wird eine relative Besetzung des Grundzustandes und des ersten angeregten Zustandes entsprechend den statistischen Gewichten erreicht. Die vier m_j-Komponenten des j = 3/2 Niveaus werden gleichbesetzt, da die m_j-Zustände entartet sind. Auch der HF-Starkeffekt vermag diese Entartung nicht aufzuheben, weil die dafür notwendigen Nachbarniveaus 2^2S und 3^2S zu weit entfernt sind. Für diesen Fall erreicht man dann auch bei einer polarisierten Anregung eine Gleichbesetzung. Sie überträgt sich bei der Entwicklung nach Wasserstoffunktionen auf die drei Zustände $|n\ l\ m>$. Für die weiteren Überlegungen zum Pumpprozeß zu den Energietermen mit n = 4 kann man also von gleichbesetzten Ausgangsniveaus ausgehen.

Für dieses Experiment wurde die Polarisationsrichtung des Lasers in Richtung $\vec{e}_x$ gelegt. Damit werden nur Übergänge mit $\Delta m = \pm 1$ gepumpt. Auf diese Weise wird erreicht, daß auch die $|m| = 2$ Anteile des Zustandes 4^2D

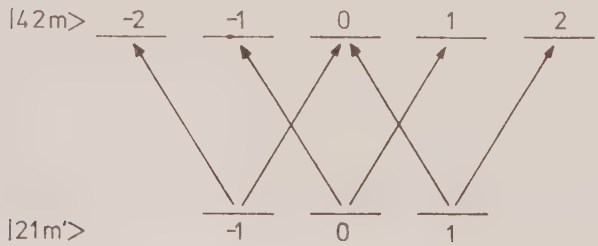
bevölkert werden und das Verhalten der einzelnen m-Komponenten untersucht werden kann. Die Struktur der Satellitenspektren wird dadurch komplizierter, aber die Feldstärke kann sehr genau aus der relativen Verschiebung der einzelnen Profilanteile bestimmt werden. Für andere Anwendungen kann man sich darauf beschränken, nur Übergänge mit $\Delta m = 0$ zu pumpen.

Unter diesen Voraussetzungen erfolgt die Berechnung der Besetzung der oberen Niveaus. Dazu müssen die Ratengleichungen, die die Prozesse der spontanen und induzierten Emission und der Absorption beschreiben, gelöst werden.

Wir bezeichnen dafür die Dichte der Atome in dem oberen Zustand $|4\ 2\ m\rangle$ mit n_m, die in dem unteren Zustand $|2\ 1\ m'\rangle$ mit $N_{m'}$, und die Dichte der Lithiumatome im 2^2P-Niveau zum Zeitpunkt $t = 0$ mit N_L. Damit folgt:

$$\sum_{m'} N_{m'} = N_L \qquad \text{für} \qquad t = 0 \,. \tag{6.1}$$

In dem folgenden Schema sind die für die Bevölkerung des oberen Zustandes relevanten Pumpprozesse eingezeichnet.



Die Besetzung der oberen Niveaus wird für Zeiten $t > 0$ durch die folgenden Ratengleichungen

$$\dot{n}_2 = B^{js}_{1\to 2}\ u_\nu (N_1 - n_2) - A^j_2\, n_2$$

$$\dot{n}_1 = B^{js}_{0\to 1}\ u_\nu (N_0 - n_1) - A^j_1\, n_1$$

$$\dot{n}_0 = B^{js}_{1\to 0}\ u_\nu (N_1 - n_0) + B^{js}_{-1\to 0}\ u_\nu (N_{-1} - n_0) - A^j_0 n_0 \qquad (6.2)$$

$$\dot{n}_{-1} = B^{js}_{0\to -1}\ u_\nu (N_0 - n_{-1}) - A^j_{-1} n_{-1}$$

$$\dot{n}_{-2} = B^{js}_{-1\to -2}\ u_\nu (N_{-1} - n_{-2}) - A^j_{-2} n_{-2}$$

mit $N_L = N_{-1} + N_0 + N_1 + n_{-2} + n_{-1} + n_0 + n_1 + n_2$

angegeben. Die Einsteinkoeffizienten der spontanen Emission sind mit A^j_m bezeichnet, die Koeffizienten für die einzelnen induzierten Übergänge mit $B^{js}_{i\to k}$. Aus Symmetriegründen kann das Gleichungssystem auf drei Gleichungen reduziert werden, denn der HF-Starkeffekt hebt nur die Entartung in |m| auf:

$$\dot{n}_0 = B^{js}_{1\to 0}\ u_\nu (2N_1 - 2n_0) - A^j_0 n_0$$

$$\dot{n}_1 = B^{js}_{0\to 1}\ u_\nu (N_0 - n_1) - A^j_1 n_1 \qquad (6.3)$$

$$\dot{n}_2 = B^{js}_{1\to 2}\ u_\nu (N_1 - n_2) - A^j_2 n_2$$

mit $N_L = N_0 + 2\cdot N_1 + n_0 + 2\cdot n_1 + 2\cdot n_2$.

Durch die spezielle Pumpgeometrie kann das Differentialgleichungssystem teilweise entkoppelt werden. Wenn keine Umverteilung zwischen den m'-Komponenten innerhalb der Anregungszeit erfolgt, erhält man, da die drei unteren Zustände gleichbesetzt sind, die beiden folgenden Gleichungssysteme:

$$\dot{n}_0 = B^{js}_{1\to 0}\, u_\nu (2N_1 - 2n_0) - A^j_0\, n_0$$
$$\dot{n}_2 = B^{js}_{1\to 2}\, u_\nu (N_1 - n_2) - A^j_2\, n_2 \qquad (6.4)$$

mit $\frac{2}{3} N_L = 2\cdot N_1 + n_0 + 2\cdot n_2$

und

$$\dot{n}_1 = B^{js}_{0\to 1}\, u_\nu (N_0 - n_1) - A^j_1 n_1 \qquad (6.5)$$

mit $\frac{1}{3} N_L = N_0 + 2\cdot n_1$.

Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

$$n_m(t=0) = 0 \qquad (6.6)$$

müssen die beiden Gleichungssysteme gelöst werden. In den Formeln (6.4) und (6.5) ist vorausgesetzt, daß u_ν über den Bereich eines Überganges frequenzunabhängig ist. Zusätzlich wird das atomare Linienprofil nicht berücksichtigt. Wird in der spektralen Energiedichte u_ν des Lasers der tatsächliche Zeitverlauf des Laserpulses beachtet, so können die Differentialgleichungen nur numerisch gelöst werden. Diese Zeitabhängigkeit wird in Abschnitt 6.3 getrennt diskutiert. Für die folgenden Ausführungen approximieren wir den Laserpuls durch ein Rechteck der Breite T, wobei T die Pulsdauer des Farbstofflasers ist:

$$u_\nu(\vec{r},t) = \begin{cases} u^o_\nu \cdot e^{-(r/r_o)^2} & 0 \le t \le T \\ 0 & t > T \end{cases} \qquad (6.7)$$

Dabei ist die spektrale Energiedichte u_ν mit der Laserenergie E_L entsprechend

$$E_L = \Delta\nu_L \cdot \int_V dV \cdot u_\nu(\vec{r},t) \tag{6.8}$$

verknüpft. $\Delta\nu_L$ ist die Linienbreite des Farbstofflasers, V ist das Volumen, das durch den Strahlquerschnitt und die der Pulsdauer entsprechenden Länge definiert wird.

Das räumliche Profil der Laserstrahlung und damit das von $u_\nu(\vec{r},t)$ wird in guter Näherung durch ein Gaußprofil der Halbwertsbreite $2r_o$ im Beobachtungsvolumen beschrieben.

Unter diesen Annahmen können die Gleichung (6.5) und das System gekoppelter Differentialgleichungen (6.4) analytisch gelöst werden. Da die m-Komponenten verschieden stark von dem elektrischen Feld verschoben werden, muß man bei der Lösung des Gleichungssystems (6.4) zwei Fälle unterscheiden:

a) Die Beiträge der Komponenten m = 0 und |m| = 2 von 4^2D verschieben sich etwa gleich weit und können mit dem benutzten Laser nicht aufgelöst werden. Sie werden in diesem Fall gemeinsam gepumpt. Die Besetzungsdichte n_0 ist mit der von n_2 gekoppelt. Die Lösung des Gleichungssystems ist für diesen Fall im Anhang A ausgeführt.

b) Die Niveauanteile mit m = 0 sind von denen mit |m| = 2 durch das elektrische Feld so weit getrennt, daß sie separat angeregt werden. In diesem Fall besteht das Gleichungssystem (6.4) aus zwei voneinander unabhängigen Differentialgleichungen.

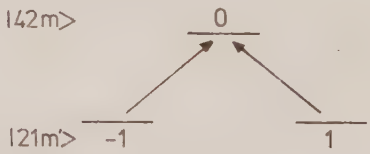
Die weitere Diskussion des Sättigungsverhaltens erfolgt an Hand des zweiten Falles. Damit ist keine Einschränkung der Allgemeinheit der Ergebnisse verbunden, die Analyse wird lediglich durch die einfachere Form

der Gleichungen übersichtlicher.

Der Fall b) wird bei unserem Experiment bei einer Feldstärke E_0 = 9,5 kV/cm erreicht. Die Verschiebung der |m| = 2 Beiträge fällt dann um etwa 10 GHz geringer aus als die der übrigen Komponenten. Damit werden die Satellitenübergänge für |m| = 2 getrennt von denen für |m| = 0, 1 bevölkert. Dementsprechend werden die Differentialgleichungen (6.4) entkoppelt und gemeinsam mit (6.5) erhält man drei lineare Gleichungen:

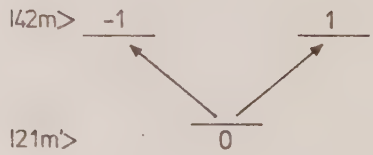
$$\dot{n}_0 = B^{js}_{1\to 0} u_\nu (2 \cdot N_1 - 2 \cdot n_0) - A^j_0 n_0 \qquad (6.9)$$

mit $\frac{2}{3} N_L = 2 \cdot N_1 + n_0$



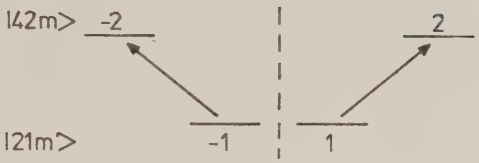
$$\dot{n}_1 = B^{js}_{0\to 1} u_\nu (N_0 - n_1) - A^j_1 n_1 \qquad (6.10)$$

mit $\frac{1}{3} N_L = N_0 + 2 \cdot n_1$



$$\dot{n}_2 = B^{js}_{1\to 2} u_\nu \,(N_1 - n_2) - A^j_2 n_2 \qquad (6.11)$$

mit $\frac{1}{3} N_L = N_1 + n_2$



Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen folgen als Lösungen der drei Gleichungen für $0 \le t \le T$:

$$n_0(t) = \frac{2}{3} N_L \frac{B^{js}_{1\to 0} u_\nu}{3 B^{js}_{1\to 0} u_\nu + A^j_0} \left(1 - e^{-(3 B^{js}_{1\to 0} u_\nu + A^j_0) t}\right)$$

$$n_1(t) = \frac{1}{3} N_L \frac{B^{js}_{0\to 1} u_\nu}{3 B^{js}_{0\to 1} u_\nu + A^j_1} \left(1 - e^{-(3 B^{js}_{0\to 1} u_\nu + A^j_1) t}\right) \qquad (6.12)$$

$$n_2(t) = \frac{1}{3} N_L \frac{B^{js}_{1\to 2} u_\nu}{2 B^{js}_{1\to 2} u_\nu + A^j_2} \left(1 - e^{-(2 B^{js}_{1\to 2} u_\nu + A^j_2) t}\right)$$

und entsprechend für $t > T$:

$$\tilde{n}_0(t) = n_0(T)\, e^{A^j_0 (T - t)}$$

$$\tilde{n}_1(t) = n_1(T)\, e^{A^j_1 (T - t)} \qquad (6.13)$$

$$\tilde{n}_2(t) = n_2(T)\, e^{A^j_2 (T - t)} \,.$$

Die Gleichungen (6.12) geben die Besetzungen der oberen Niveaus $|4\ 2\ m>$ für die verschiedenen magnetischen Quantenzahlen an. Dabei ist es unerheblich, ob sie über die Hauptlinien für die einzelnen m-Komponenten angeregt wurden oder über einen zu den Hauptlinien gehörenden Satellitenübergang. Bei der Berechnung der Bevölkerung ist nur der jeweilige Einsteinkoeffizient der induzierten Absorption $B^{js}_{m\to m'}$ anzusetzen - für die Anregung über die Hauptlinien die Koeffizienten des Niveaus 4^2D mit s = 0 und bei der Anregung über die Satellitenübergänge die Koeffizienten zum Niveau 4^2D mit $s = \pm 2, \pm 4, \ldots$ Die Berechnung der Koeffizienten ist im Anhang B ausgeführt.

Mit den Gleichungen (6.12) werden auch die Besetzungen der Niveaus 4^2P und 4^2F beschrieben, da sie beide nur über ihre 4^2D-Beimischungen, d.h. ihre $|4\ 2\ m>$ Anteile, bevölkert werden. Für die Berechnung dieser Besetzungen sind die entsprechenden Einsteinkoeffizienten mit $s = \pm 1, \pm 3, \ldots$ der Zustände 4^2P und 4^2F zu verwenden.

Im Experiment wird das Fluoreszenzlicht erst nach dem Ende des anregenden Laserpulses gemessen. Die Gleichungen (6.13) beschreiben das Verhalten der Besetzung der Zustände $|4\ 2\ m>$ für diese Zeiten.

Die Gleichungen (6.13) geben von ihrer Herleitung nicht das Zeitverhalten der Niveaus 4^2P und 4^2F an. Stellt man aber die entsprechenden Differentialgleichungen für diese Niveaus auf, so erhält man von der Form mit (6.13) identische Gleichungen. Deshalb kann das Zeitverhalten aller oberen Niveaus für $t > T$ mit (6.13) beschrieben werden, wenn die richtigen Einsteinkoeffizienten verwendet werden.

Um aus den Gleichungen (6.13) die Fluoreszenzlichtintensität zu errechnen, müssen noch die Auswirkungen der Polarisation und des räumlichen Laserprofiles, wie in Abschnitt 6.1. erwähnt, berechnet werden.

6.1.2. Berechnung der relativen Intensität der Fluoreszenzstrahlung

Der Einfluß des Strahlprofiles des Lasers und die Auswirkungen der Beobachtungsoptik auf die Intensität des Fluoreszenzlichtes wurden von Daily (1978) erläutert. Da der Laser eine über seinen Strahlquerschnitt nichtkonstante Intensitätsverteilung aufweist, kann keine gleichmäßige Anregung der Atome erreicht werden. Falls der Laserstrahl in radialer Richtung z.B. durch ein Gaußprofil beschrieben werden kann, so bedeutet dies, daß bei der Anregung die Sättigung im Zentrum des Laserstrahles eher erreicht wird als in den äußeren Bereichen. Deshalb ist es auch von wesentlicher Bedeutung, aus welchen Raumbereichen das gemessene Fluoreszenzlicht emittiert wird.

Daily gibt zwei Möglichkeiten an, wie die Beobachtungsoptik relativ zum anregenden Laserstrahl orientierbar ist. Bei der in unserem Experiment realisierten

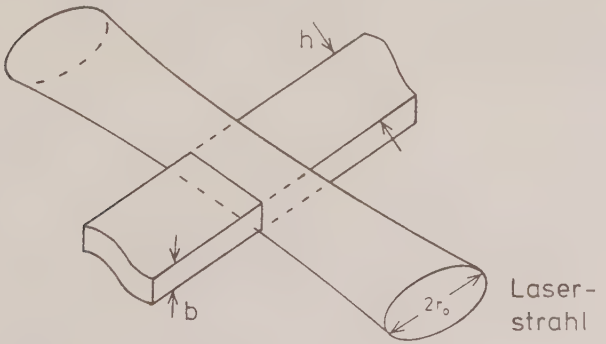


Abb. 21: Beobachtungsvolumen definiert durch den Laserstrahl des Durchmessers $2r_o$ und den Beobachtungsspalt der Höhe h und der Breite b

Anordnung liegt der Beobachtungs- oder Monochromatorspalt in der Richtung des Laserstrahles. Die Bedingung $b \ll r_o$ ist allerdings nicht erfüllt. Die Intensitätsberechnung muß demzufolge modifiziert werden.

Die Intensität des Fluoreszenzlichtes ist gegeben durch:

$$I_{Fl}(t) \sim \int_V dV\, n_m(\vec{r},t). \tag{6.14}$$

Dabei ist V das Beobachtungsvolumen und $n_m(\vec{r},t)$ ist die Besetzungsdichte im oberen Zustand des beobachteten Überganges am Orte $\vec{r}$ zur Zeit t.

Die Integration in Richtung des Laserstrahles kann analytisch ausgeführt werden. Da bei uns die Spaltbreite b nicht klein gegenüber dem Strahldurchmesser $2r_o$ ist, muß die Integration über den Querschnitt numerisch erfolgen. Die Vereinfachung von Daily kann hier nicht angewendet werden. Das Beobachtungsvolumen wird in zwei Dimensionen durch den Spalt begrenzt. In der dritten wird es durch die Wechselwirkungszone des Lithiumdampfes mit dem Laserstrahl festgelegt. Aus Symmetriegründen ergibt sich aus (6.14):

$$I_{Fl}(t) \sim 4h \cdot \int_0^{b/2} dy \left(\int_0^{x_{max}} dx\, n_m(x,y,t) \right). \tag{6.15}$$

Dabei beträgt die Spalthöhe h = 2 mm, die Breite b = 150 µm und die Dimension in x-Richtung x_{max} = 1,31 mm. Die Größe des Beobachtungsvolumens beläuft sich damit auf V = 0,79 mm^3.

In der bisherigen Betrachtung ist noch jeder Einfluß der Polarisation des Fluoreszenzlichtes vernachlässigt. Da keine Beobachtungsoptik benutzt wurde, die polarisationsunabhängig ist, muß die Polarisation der registrierten Strahlung berücksichtigt werden.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Atom einen Strahlungsübergang $i_m \rightarrow f_{m'}$ macht und Licht der Polarisationsrichtung $\vec{e}_i$ in den Raumwinkel $d\Omega$ aussendet, ist nach Bethe und Salpeter (1977):

$$W \cdot d\Omega \sim |\langle f_{m'} | \vec{r} \cdot \vec{e}_i | i_m \rangle|^2 \; d\Omega . \qquad (6.16)$$

Mit $n_m(\vec{r},t)$ als Dichte der Lithiumatome im oberen Zustand erhält man als Intensität der Fluoreszenzstrahlung für die Polarisationsrichtung $\vec{e}_i$ nach der Integration über den von der Beobachtungsoptik festgelegten Raumwinkel:

$$I^i_{Fl}(t) \sim {}_{\Omega}\int d\Omega \left({}_{V}\int dV \, |\langle f_{m'} | \vec{r} \cdot \vec{e}_i | i_m \rangle|^2 n_m(\vec{r},t) \right). \qquad (6.17)$$

Die Ausführung der Integrationen und die Berechnung der Strahlungsintensität für die beiden Polarisationsrichtungen sind im Anhang C dargestellt. Diese Auswertung beinhaltet die im Experiment notwendige Beobachtung unter einem Winkel $\Theta = 35^\circ$ zur z-Achse sowie die Benutzung von verschiedenen Nachweiskanälen für die Messung der Satellitenlinien zu den einzelnen Niveaus mit $n = 4$, wie sie in Abschnitt 2. aufgeführt sind.

Die Gesamtintensität der Fluoreszenzstrahlung erhält man durch Addition der Beiträge der m-Komponenten, und anschließend werden die Anteile der beiden Polarisationsrichtungen unter Berücksichtigung der polarisationsabhängigen Transmission der Nachweisoptik addiert.

In der nachfolgenden Abb. 22 sind drei Spektren im Vergleich dargestellt. Das erste zeigt die Satellitenlinien bei einer Feldamplitude $E_o = 9{,}5$ kV/cm, wie sie sich nach Abschnitt 4.3.1. ergeben. Das zweite stellt ein Profil dar, wie man es bei Laseranregung bis in Sättigung aus dem ersten erhält (nach Abschnitt 6.1.1.). Bei der Berechnung des dritten Spektrums sind noch zu-

sätzlich die Auswirkungen des räumlichen Laserprofiles, die der Beobachtungsoptik und die der Polarisation berücksichtigt - wie in diesem Abschnitt beschrieben. Die Abb. 22 zeigt, daß durch das Pumpen in Sättigung das Linienprofil stark beeinflußt wird; so werden Satellitenlinien geringer Intensität weit hervorgehoben, dies gilt besonders für die $-\Omega$ Satelliten. Durch den Einfluß der Beobachtungsoptik werden die Beiträge der verschiedenen m-Komponenten unterschiedlich gewichtet. Es werden alle Linienanteile mit $|m| = 2$ in ihrer Amplitude stärker angehoben als die übrigen.

Insgesamt wird ein Linienprofil durch das Pumpen in Sättigung und den Einfluß der Nachweisoptik so stark verändert, daß eine zuverlässige Interpretation ohne Beachtung dieser Effekte nicht erfolgen kann.

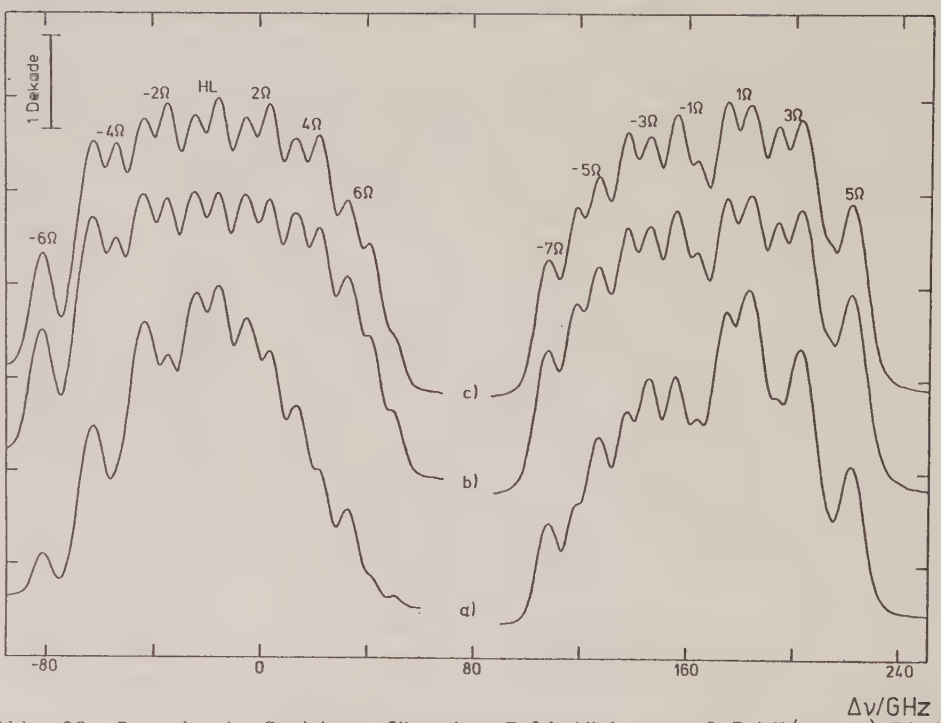


Abb. 22: Berechnete Spektren für eine Feldstärke von 9,5 kV/cm; a) Linienprofil nach Hicks, Hess und Cooper, b) gleiches Profil mit Sättigungseinflüssen, c) zusätzliche Berücksichtigung der in diesem Abschnitt dargestellten Auswirkungen auf das Linienprofil

6.1.3. Vergleich der gemessenen mit den berechneten Linienprofile

Wir haben gezeigt, welchen Einfluß die Laseranregung und die Nachweisoptik auf die nach Hicks, Hess und Cooper berechneten Satellitenintensitäten haben. Der direkte Vergleich der so ermittelten Linienprofile mit den gemessenen, die durch Sättigungseffekte beeinflußt sind, bestätigt, daß der hier begangene Weg sehr gute Ergebnisse liefert.

Der Vergleich wird mit der Abb. 2a) des Anhanges D durchgeführt. Sie zeigt ein bei einer Feldstärke von E_0 = 9,5 kV/cm gemessenes Spektrum mit den Satellitenlinien zu den Niveaus 4^2D und 4^2F. Die Messung der Fluoreszenzstrahlung erfolgte über die im Anhang C beschriebenen Nachweiskanäle, da in diesem Experiment keine Stoßkopplung der oberen Niveaus vorhanden ist (siehe Anhang C). Das gleichzeitig in der Abbildung aufgeführte berechnete Spektrum wurde wie folgt bestimmt: Für diese Feldstärke wurden die Satellitenamplituden und die zugehörigen Verschiebungen, wie in Abschnitt 4.3.1. ausgeführt, berechnet. Anschließend wurden die Einflüsse des Laserfeldes und der Nachweisoptik auf die einzelnen Linienintensitäten berücksichtigt, wie es in dem Abschnitt 6.1. beschrieben ist. Die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht man für eine spektrale Energiedichte des zur Anregung benutzten Farbstofflasers von

$$u_\nu(r) = 5 \cdot 10^{-10} \cdot e^{-(r/r_0)^2} \; J s m^{-3} \qquad (6.18)$$

für das Zeitintervall $0 \leq t \leq T$. Dieser Wert stimmt im Rahmen der möglichen Meßgenauigkeit mit dem nach (6.8) aus der Laserenergie und der Frequenzbreite des Laserspektrums ermittelten überein.

Diese Methode, die Intensität der Fluoreszenzstrahlung für die einzelnen Übergänge zu berechnen, schließt auch die Satellitenlinien zum Niveau 4^2P ein. Die Abb. 23 zeigt ein bei einer Feldstärke von 11,6 kV/cm gemessenes Spektrum der Satelliten zum 4^2P. Der Nachweis erfolgte, wie im Anhang C beschrieben, über die Beobachtung der Reemission auf dem Übergang $4^2P \rightarrow 2^2S$. Die Berechnung des dargestellten, theoretisch zu erwartenden Spektrums geschah auf die bekannte Weise. Da die gleiche Laserleistung wie für die in Abb. 2a) des Anhanges D gezeigten Linienprofile zur Messung benutzt wurde, ist das theoretisch bestimmte Spektrum auch mit der in (6.18) angegebenen spektralen Energiedichte berechnet worden.

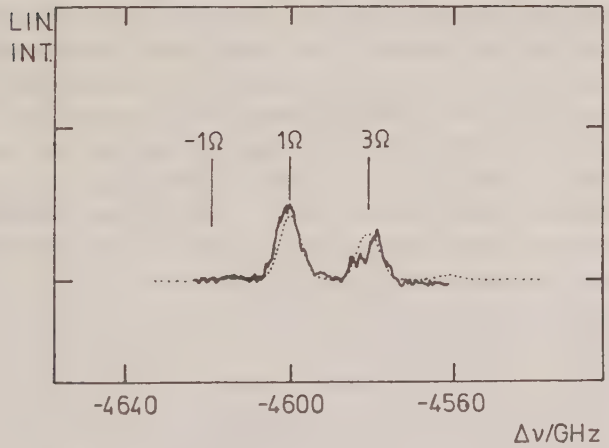


Abb. 23: Gemessenes (———) und berechnetes (·····) Satellitenspektrum zum Niveau 4^2P bei einer Feldamplitude von E_o = 11,6 kV/cm

Diese Diskussion hat die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Daten aufgezeigt. Von besonderer Bedeutung ist, daß dieses gute Ergebnis ohne die Verwendung eines Anpaßparameters erreicht wird.

Eine weitere Bestätigung für die Möglichkeit, mit dieser Methode Linienprofile unter Sättigungseinfluß zu berechnen, sind die Abbildungen 2a) - c) des Anhanges D. Da in die Berechnung die spektrale Energiedichte des Pumplasers eingeht, kann man auch Spektren, die mit verschiedener Laserleistung und damit auch mit verschiedener Sättigung aufgenommen wurden, theoretisch berechnen, wiederum ohne eine Größe anzupassen.

Um die Leistungsfähigkeit dieser Methode zu demonstrieren, haben wir drei Spektren mit jeweils unterschiedlicher Laserleistung aufgezeichnet, bei sonst gleichen Bedingungen. Von Abb. 2a) nach 2c) wurde die Leistung des zur Messung dienenden Lasers jeweils um einen Faktor 10 reduziert. Entsprechend der geringeren Sättigung reduziert sich die Anzahl der Satelliten drastisch. Die zum Vergleich berechneten Profile bestätigen diese Entwicklung. Für die Berechnung wurde die spektrale Energiedichte u_ν aus (6.18) entsprechend der experimentellen Leistungsabschwächung für die drei Spektren vermindert.

Die noch verbleibenden geringen Abweichungen der Meßdaten zu den Ergebnissen der Modellrechnungen, wie sie in den Abbildungen 2a) - c) zu sehen sind, werden von einigen vereinfachenden Annahmen, die für die Rechnungen notwendig sind, und den normalen Schwankungen der experimentellen Arbeitsbedingungen verursacht.

Bei den Messungen wurde die Wellenlänge kontinuierlich durchgestimmt (5,06 GHz/min). Dabei erstreckte sich die mit dem Boxcar-Averager durchgeführte Mittelwertbildung auf etwa 25 Schüsse. Daher machen sich die Schuß-zu-Schuß Fluktuationen nicht störend bemerkbar.

Langzeitschwankungen sind aber so nicht zu eliminieren. Allerdings zeigten die benutzten Laser und das Magnetron in ihren Ausgangsleistungen über die Meßdauer eines Satellitenspektrums keine Langzeitänderung. Dagegen konnte die Temperatur des Lithiumtiegels nicht genügend konstant gehalten werden. Aus der Dampfdruckkurve von Lithium (Kohlrausch 1968) ist zu entnehmen, daß eine Temperaturschwankung von $\pm$1 K bei 610 K Tiegeltemperatur bereits eine Dichtefluktuation von $\pm$10% bedingt. Da die Intensitäten der einzelnen Linien direkt proportional zur Dichte sind, resultieren aus dieser Schwankung entsprechend große Amplitudenfluktuationen der Satellitenlinien. Im Vergleich zu dieser Fehlerquelle ist die Variation der elektrischen Feldstärke über die 2 mm des Beobachtungsvolumens ohne Bedeutung. Dies trifft auch auf die Auswirkungen der während eines Schusses exponentiell abnehmenden Magnetronleistung zu (Zeitkonstante ca. 100 ns).

Für die in diesem Kapitel 6 ausgeführten Rechnungen wurden einige vereinfachende Annahmen gemacht, die sich allerdings nur sehr wenig auf die berechneten Spektren auswirken. Dies zeigen die folgenden Abschnitte, in denen die Möglichkeiten, den Laserpuls durch einen Rechteckpuls zu approximieren und das Modenspektrum des Lasers zu vernachlässigen, noch ausführlich diskutiert werden.

In diesen Modellrechnungen wurde nicht beachtet, daß die Gesamtteilchenzahl nicht konstant ist. So zerfallen während der Anregung ein Teil der Atome vom Zustand 2^2P zum Niveau 2^2S. Ebenso wird der Teilchenverlust zu den Niveaus 3^2P und 4^2P bei der Bevölkerung des Zustandes 4^2D außer acht gelassen. Im Anhang B wurden schon die Vernachlässigungen diskutiert, die bei der Berechnung der Einsteinkoeffizienten gemacht wurden. Da die Näherungen für die erlaubte Linie und ihre Satelliten bes-

ser sind, wird für sie auch eine bessere Anpassung an die experimentellen Daten erzielt als für die verbotenen Übergänge.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß auf die hier beschriebene Weise ein Satellitenspektrum vollständig erklärt werden kann, d.h. sowohl die Satellitenpositionen als auch die Intensitäten können bestimmt werden. Es zeigt sich, daß der Ansatz von Hicks, Hess und Cooper eine richtige Beschreibung für das Verhalten eines nichtentarteten Atoms unter dem Einfluß eines HF-Feldes ist. Die Auswirkungen des Laserpumpens sowie die der Nachweisoptik werden gut wiedergegeben.

6.2. Sättigungskurven

Für den Vergleich mit den theoretischen Werten haben wir keine Sättigungsentzerrung der experimentellen Daten durchgeführt, sondern wir haben den Einfluß der Laseranregung auf die Satellitenintensitäten berechnet. Nur dieser Weg ist praktikabel, da, wie bereits erwähnt, jeder einzelne Punkt des Linienprofiles entzerrt werden müßte. Wir haben aber dennoch einige Sättigungskurven gemessen; sie zeigen, in welchem Maß die Sättigung von den verschiedenen Satellitenübergängen abhängt.

Für die weitere Diskussion definieren wir, wie in der Laserspektroskopie üblich, einen Sättigungsparameter

$$S = u_\nu / u_\nu^S \qquad (6.19)$$

(siehe z.B. Demtröder 1977). Dabei ist u_ν^S die spektrale Energiedichte, bei der die spontanen und die induzierten Prozesse die gleiche Wahrscheinlichkeit erreichen, d.h. $A = B \cdot u_\nu$.

Abbildung 24 zeigt die Sättigungskurve für die Anregung des Überganges $2^2P \rightarrow 4^2D$ (ohne elektrisches Feld). Die Leistung des Farbstofflasers für 460 nm wurde dabei über mehrere Größenordnungen abgeschwächt. Unter Verwendung der spektralen Energiedichte des Anregungslasers erhält man für diesen Fall einen Sättigungsparameter S = 2170. Eine auf den in Abschnitt 6.1. dargestellten Überlegungen basierende Rechnung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der experimentell und der numerisch gewonnenen Sättigungskurve. Man erkennt allerdings auch, daß selbst bei diesem hohen Wert des Sättigungsparameters nicht die Gleichbesetzung der beiden beteiligten Niveaus - entsprechend ihren statistischen Gewichten - erreicht wird. Für den Übergang

$2^2P \rightarrow 4^2D$ wird die Gleichbesetzung unter den vorliegenden Versuchsbedingungen nur zu 95% erreicht.

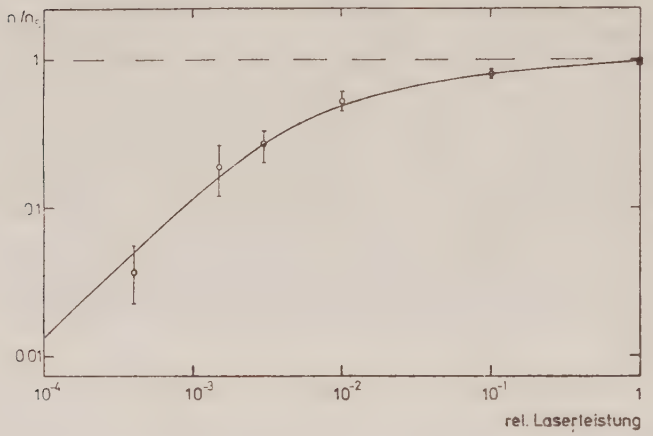


Abb. 24: Sättigungskurve für den Übergang $2^2P \rightarrow 4^2D$ ohne elektrisches Feld; als maximale spektrale Energiedichte wurde $u_\nu^o = 5 \cdot 10^{-10}$ Js/m^3 angesetzt, der Sättigungsparameter beträgt dann S = 2170; n_S: Besetzungsdichte bei vollständiger Sättigung

Mit dieser Sättigungskurve kann eine Sättigungsentzerrung durchgeführt werden, natürlich nur für den Übergang $2^2P \rightarrow 4^2D$. Die nachfolgende Abb. 25 zeigt, wie deutlich verschieden die Form der Sättigungskurve für die einzelnen Satellitenübergänge ist. Es wurden die Kurven für die $|m| = 2$ Anteile der $\pm\Omega$ Satelliten bei einer Feldstärke von $E_o = 9{,}5$ kV/cm gemessen. Entsprechend den geringeren Übergangswahrscheinlichkeiten für diese Satellitenlinien fallen auch die Sättigungsparameter S kleiner aus. Bei einer Anregung der Übergänge mit der maximal zur Verfügung stehenden Laserleistung

betragen die entsprechenden Parameter $S_{+\Omega} = 316$ und $S_{-\Omega} = 38$. Demzufolge ist man auch weiter von einer Besetzung entsprechend den statistischen Gewichten entfernt. Sie wird für den $+\Omega$ Satelliten nur noch zu 73% erreicht, für den $-\Omega$ Satelliten sogar nur zu 53%.

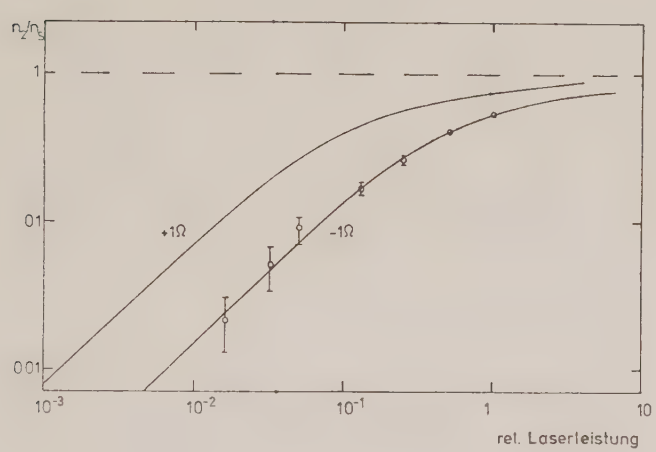


Abb. 25: Sättigungskurven für die Satellitenübergänge $\pm\Omega$ zum Niveau 4^2F bei einer Feldamplitude $E_o = 9{,}5$ kV/cm; gezeigt sind die $|m| = 2$ Anteile; als maximale spektrale Energiedichte wurde $u_\nu^o = 5 \cdot 10^{-10}$ Js/m^3 angesetzt; n_S: Besetzungsdichte bei vollständiger Sättigung

Obwohl die Sättigungsparameter hohe Werte annehmen, besteht zwischen der Gleichbesetzung und der maximal erzielten Bevölkerung der oberen Zustände eine große Diskrepanz. Dieses Resultat wird sofort verständlich, wenn man folgende Punkte beachtet:

a) Die extreme Sättigung, wie sie der Sättigungsparameter angibt, wird nur auf der Laserachse erreicht.

Dem Strahlprofil folgend reduziert sich der Sättigungsparameter mit zunehmender Entfernung von dem Strahlzentrum gemäß

$$S(r) = S \cdot e^{-(r/r_o)^2} \quad (6.20)$$

Die Beobachtungsoptik erfaßt daher auch Fluoreszenzlicht aus Bereichen mit geringerer Sättigung.

b) Die Pulsdauer des anregenden Lasers ist mit 3 ns kurz gegen die Lebensdauer des Niveaus 4^2D (τ = 33 ns). Aus der Struktur der Gleichungen (6.12) bzw. (6.13) ist abzuleiten: eine Besetzung entsprechend den statistischen Gewichten bedeutet, daß der Exponentialfaktor vernachlässigt werden kann, d.h.

$$e^{-(2\cdot S+1)\cdot A\cdot T} \rightarrow 0 . \quad (6.21)$$

Wegen der kurzen Pumpdauer T beträgt das Produkt A·T nur etwa 0,1. Deshalb wird ein entsprechend hoher Sättigungsparameter S benötigt, um (6.21) zu erfüllen.

Wesentlich für eine Analyse des Sättigungspumpens sind also immer das räumliche Profil des anregenden Laserstrahles sowie das Verhältnis von Lebensdauer (A^{-1}) und Anregungsdauer T. Beide zusammen legen gemeinsam mit dem Sättigungsparameter die Besetzung des oberen Zustandes fest.

Diese Untersuchung zeigt auch die Unterschiede in den Sättigungskurven für die einzelnen Profilpunkte auf. Daraus resultiert, daß eine Sättigungsentzerrung für ein gemessenes Profil praktisch nicht möglich ist.

6.3. Auswirkungen des Zeitverhaltens des Anregungslichts

Für die Diskussion des Sättigungsverhaltens wurde die Pulsform des Farbstofflasers idealisiert durch ein Rechteckprofil dargestellt. Diese Approximation war notwendig, um die Gleichungen (6.4) und (6.5) in der angegebenen Weise lösen zu können. In diesem Abschnitt wird die Berechtigung für dieses Vorgehen begründet.

Der tatsächliche Laserpuls hat eine komplizierte Zeitabhängigkeit. Um ihre Auswirkungen auf die Besetzung des Niveaus 4^2D zu untersuchen, müssen die Gleichungen (6.4) und (6.5) numerisch integriert werden. Wir haben die für diese Analyse notwendigen Rechnungen exemplarisch für die $|m| = 2$ Anteile der Hauptlinie (bei einer Feldstärke $E_o = 9{,}5$ kV/cm) ausgeführt. Dazu wurde sowohl über die Pulsdauer als auch über das Strahlprofil des Lasers integriert. Die Berechnung eines kompletten Spektrums bei gleichzeitiger Beachtung der Zeitabhängigkeit des Laserpulses ist wegen der extrem hohen Rechenzeit nicht durchführbar. Die nachfolgenden Ausführungen werden zeigen, daß dies nicht notwendig ist, da die Pulsform nur sehr geringe Auswirkungen hat. Daher ergeben sich gegenüber den Ergebnissen von Abschnitt 6.1. nur unwesentliche Änderungen.

Der Zeitverlauf des Laserpulses wurde auf drei verschiedene Arten approximiert. Zuerst haben wir den Laserpuls durch ein Rechteck der Breite T ersetzt. Die zeitliche Entwicklung der Besetzung des Niveaus 4^2D ist für drei Laserleistungen in der Abb. 3a) des Anhanges D dargestellt. Die Abbildung zeigt, daß, wie schon im vorhergehenden Kapitel ausgeführt, die Besetzung entsprechend den statistischen Gewichten wegen des ungünstigen Verhältnisses von Pumpzeit zur Lebensdauer nicht erreicht wird. Der Pumppuls ist zeitlich zu kurz, als daß die Besetzung des 4^2D den stationären Wert annehmen

kann. Für Zeiten $t > T$ nimmt die Bevölkerung des oberen Zustandes exponentiell, der Lebensdauer entsprechend, ab.

In vielen Fällen kann die Form des anregenden Laserpulses durch ein Gaußprofil der Halbwertsbreite $\tau_H = 3$ ns angenähert werden. Für dieselbe Laserenergie werden fast die gleichen Werte für die Bevölkerung des Niveaus 4^2D angenommen. Die höchste Besetzung wird erst 2 ns nach dem Maximum des anregenden Laserpulses erreicht (siehe Abb. 3b) des Anhanges D).

Außer mit diesen beiden stark idealisierten Pulsformen haben wir die Besetzung auch unter weitgehender Berücksichtigung des tatsächlichen Zeitverlaufes des Laserpulses berechnet. Dazu stellen wir den Pumppuls, wie er in Abb. 3 gezeigt ist, als eine Überlagerung von mehreren Gaußkurven der Halbwertsbreite $\tau_H = 0{,}7$ ns dar. Sie sind um je 1 ns gegeneinander versetzt. Die Amplituden wurden so gewählt, daß der gemessene Zeitverlauf möglichst gut angenähert wird. Wie die Abb. 3c) zeigt, ist der zeitliche Verlauf der Besetzung des oberen Zustandes im wesentlichen derselbe. Das Maximum wird erst 5 - 6 ns nach dem Pumpbeginn angenommen. Die zeitliche Modulation des Pumplichtes hat keinen Einfluß auf die Besetzung, da die Zerfallskonstante des 4^2D mit 33 ns im Vergleich zur Modulationsperiode zu groß ist.

Die Unterschiede in der maximal erreichten Besetzung des Zustandes 4^2D betragen für die verschiedenen Ansätze, die für das Zeitverhalten des Laserpulses gemacht wurden, nur 2,4%. So wird für die $|m| = 2$ Anteile der Hauptlinie (bei $E_0 = 9{,}5$ kV/cm) die Besetzung entsprechend den statistischen Gewichten zu 90,6% bis zu 93%, je nach Ansatz für die Pulsform, angenommen. Mit abnehmender Laserleistung sinkt die erreichbare Bevölkerung des oberen Zustandes, während sich die Unterschiede in der Besetzung, die sich für die einzelnen

Modelle des Zeitverlaufes ergeben, geringfügig ausprägen. Bei einer Reduzierung der maximal zur Verfügung stehenden Laserleistung auf 1/10 vermindert sich die erreichbare Bevölkerung auf 70,4% bis 74% der maximal möglichen, für 1/100 der Laserleistung sinkt sie je nach Pulsform auf 38,6% bis 42,8%.

Insgesamt ist aus den hier erhaltenen Ergebnissen zu folgern, daß die Approximation des Laserpulses durch ein Rechteckprofil gerechtfertigt ist. Diese Näherung wird mit zunehmender Laserleistung immer besser. Daher stimmen die berechneten Spektren mit den gemessenen auch bei höherer Laserleistung besser überein (siehe Abb. 2a) - c) im Anhang D). Diese Ausführungen zeigen, daß, bei im Vergleich zur Lebensdauer sehr kurzen Laserpulsen, extreme Leistungen notwendig werden, um noch eine nennenswerte Bevölkerung des oberen Niveaus zu erzielen.

6.4. Einfluß des Laserpumpens auf die Linienprofile

Die Laseranregung beeinflußt durch die Sättigung nicht nur die relativen Höhen der einzelnen Linien des Fluoreszenzspektrums, sondern auch ihre Halbwertsbreiten und Linienflügel. So zeigen die experimentellen Untersuchungen, daß die Hauptlinie im Fluoreszenzspektrum eine Halbwertsbreite von $\Delta\nu_H = (10{,}8 \pm 0{,}5)$ GHz annehmen kann; dies verdeutlicht z.B. das Spektrum a) der Abb. 1a) des Anhanges D. Allerdings wird nur bei einem hohen Sättigungsparameter (in diesem Fall S = 2170) eine Absorption der Laserstrahlung, die erheblich schmalbandiger ist, über einen so weiten Bereich erreicht. Mit abnehmendem Sättigungsparameter reduziert sich die Sättigungsverbreiterung und damit das Frequenzintervall, innerhalb dessen die Laserstrahlung merklich absorbiert wird. Folglich werden die Linien des Fluoreszenzspektrums schmaler. Im Vergleich zur Hauptlinie und ihren Satellitenlinien weisen daher die Übergänge zu dem Niveau 4^2F immer eine geringere Halbwertsbreite auf - sie beträgt typischerweise 5 GHz bis 7 GHz.

Die Intensität des Fluoreszenzlichtes wurde immer spektral integriert gemessen. Die frequenzmäßige Auflösung erfolgte durch den Farbstofflaser, indem er über die einzelnen Linien abgestimmt wurde. Daher wird die mögliche Auflösung einerseits durch die spektralen Eigenschaften des Lasers bestimmt, andererseits begrenzen verschiedene Mechanismen der Linienverbreiterung die Auflösung.

Das Laserspektrum besteht aus mehreren axialen Moden, die einen relativen Abstand von etwa 500 MHz bei einer Breite von ca. 300 MHz haben. Die Gesamtbreite des Spektrums beläuft sich auf durchschnittlich 3,5 GHz.

Die Fluktuationen in der Breite des Spektrums beruhen auf den Intensitätsschwankungen der einzelnen Moden. Bei einigen Pulsen entfallen im Spektrum sogar einige Resonatormoden. Zusätzlich weist das Spektrum auch noch eine geringe Fluktuation um seine Mittenfrequenz auf; sie beträgt weniger als 1 GHz. Diese statistischen Schwankungen bedingen eine geringe Verbreiterung eines Fluoreszenzspektrums, das durch die Mittelung über mehrere Pulse gewonnen wird. Die zu erwartende Breite sollte 4 GHz aber nicht wesentlich überschreiten. Die Auflösungsgrenze des Lasers liegt also unterhalb der gemessenen Breiten.

Die verbleibende Diskrepanz zu den Meßergebnissen kann durch die Linienverbreiterung erklärt werden, auch die Abhängigkeit der Halbwertsbreite von dem Sättigungsparameter. Die für die Berechnung der Breite des Fluoreszenzspektrums relevanten Breiten sind die natürliche Linienbreite, die Dopplerbreite und die Sättigungsverbreiterung.

Die ungestörte atomare Linie des Überganges $4^2D \rightarrow 2^2P$ in Lithium hat das Profil einer Lorentzkurve mit der Halbwertsbreite $\Delta\nu_N$ = 41 MHz.

Auf Grund der schlechten Kollimation des Dampfstrahles hat man bei den vorliegenden geringen Geschwindigkeiten der Lithiumatome (v_{Li} = 1500 m/s) eine Dopplerverbreiterung der Spektrallinien von $\Delta\nu_D$ = 620 MHz.

Die Sättigungsverbreiterung ist mehrfach berechnet worden (siehe z.B. Sargent et al. 1974, Demtröder 1981). Analytisch kann sie nur für die Verbreiterung einer atomaren Lorentzkurve bei monochromatischer Anregung angegeben werden.

Aus diesem Grund haben wir die Sättigungsverbreiterung des Fluoreszenzspektrums bei nichtmonochromatischer Anregung numerisch bestimmt. Für das atomare Profil haben wir eine Lorentzkurve angesetzt. Das Fre-

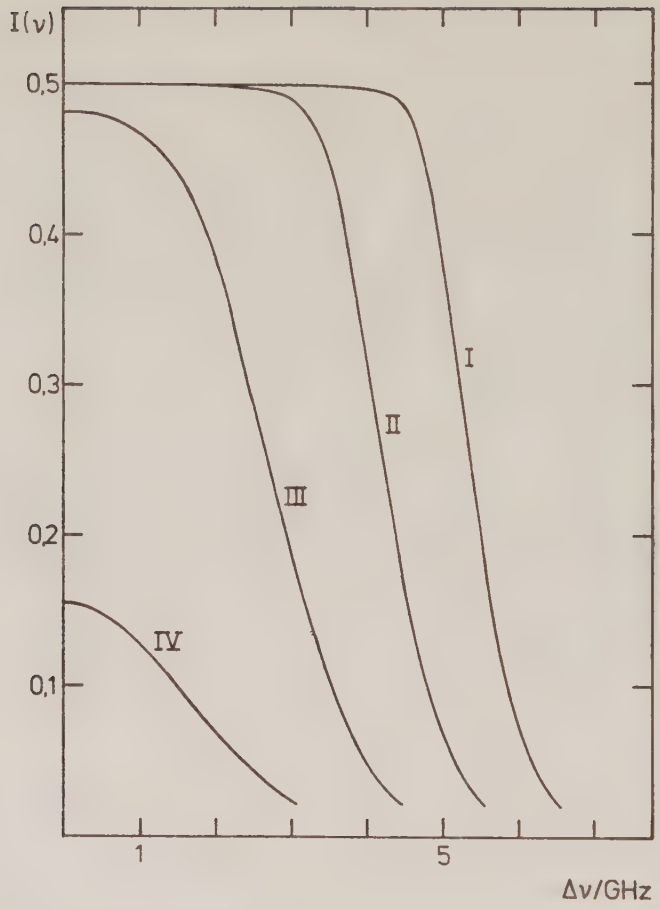


Abb. 26: Intensität des Fluoreszenzlichtes für verschiedene Sättigungsparameter S gegen die Laserfrequenz;
I: S = 2170 II: S = 217
III: S = 21,7 IV: S = 2,17

quenzspektrum des Lasers haben wir durch eine Gaußverteilung der Breite von 3,5 GHz angenähert. Die Ergebnisse der Rechnung sind in der Abb. 26 dargestellt. Für die maximal mögliche Laserleistung erhält man eine Breite des Fluoreszenzspektrums von 10,7 GHz in Übereinstimmung mit dem Experiment. Für eine auf 1% reduzierte Leistung vermindert sich die Breite auf 5,6 GHz; dies entspricht den typischen Verhältnissen für die Satelliten zu dem verbotenen Übergang.

Zur Kontrolle haben wir in einer zweiten Rechnung neben der Dopplerverbreiterung auch die diskrete Modenstruktur des Laserspektrums berücksichtigt. Die Intensitäten der Moden wurde als gaußverteilt angesetzt. Für unsere Verhältnisse existieren zwischen den Resultaten der beiden Ansätze praktisch keine Unterschiede.

Diese Beschreibung vermag also die auftretenden Linienbreiten des Fluoreszenzspektrums zu erklären. In den Linienflügeln kann jedoch keine so gute Übereinstimmung erzielt werden. Die Ursache hierfür dürfte in der Tatsache liegen, daß in die Berechnungen die Fluktuationen des Modenspektrums nicht eingehen. Sie bewirken eine geringe Verbreiterung, die sich besonders in den Linienflügeln auswirkt.

7. Vorschlag zur Magnetfeldmessung mit einem Lithiumneutralteilchenstrahl

Die Größe und die Richtung der magnetischen Induktion $\vec{B}$ sind für die vollständige Beschreibung eines magnetisch eingeschlossenen Plasmas von entscheidender Bedeutung. In Anlehnung an unsere Untersuchungen zum HF-Starkeffekt haben wir eine Meßmethode für die Magnetfeldbestimmung ausgearbeitet (Wiegart, Rebhan und Kunze 1982). In dieser Diagnostikmethode finden keine HF-Felder Verwendung, sondern es wird das elektrische Feld, das ein Atom erfährt, wenn es sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ durch ein Magnetfeld $\vec{B}$ bewegt, ausgenutzt. Damit erklärt sich auch die Bezeichnung dieser Wechselwirkung des Atoms mit dem elektrischen Feld als "motional Stark effect" (siehe z.B. Rosenbluh et al. 1978) bzw. als translatorischer Starkeffekt.

Für die praktische Durchführung einer solchen Magnetfeldmessung empfiehlt sich aus den gleichen Gründen, wie in Abschnitt 2. erläutert, ein Lithiumneutralteilchenstrahl. Die sich in einem Magnetfeld mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegenden Lithiumatome sind einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ausgesetzt, das sich aus der Lorentztransformation zu

$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{v} \times \vec{B} \tag{7.1}$$

ergibt ($\vec{E}'$ ist ein eventuell vorhandenes elektrisches Feld). Die daraus resultierende Starkverschiebung des Niveaus 4^2D kann als Linienverschiebung gemessen werden. Aus ihr kann dann rückwärts die Magnetfeldstärke bestimmt werden. Durch eine geeignete Benutzung der M-Komponenten werden alle durch den Zeeman- oder Paschen-Back-Effekt möglichen Komplikationen ausgeschlossen.

Die Berechnung der durch den translatorischen Starkeffekt verursachten Verschiebung geht von den Gleichungen (4.6) bis (4.9) des Abschnittes 4.2. aus. Das in diese Rechnung eingehende elektrische Feld wird durch Gleichung (7.1) beschrieben. Es werden seine Auswirkungen auf die Niveaus 4^2P, 4^2D und 4^2F bestimmt.

Diesmal tritt neben dem elektrischen Feld noch ein magnetisches Feld $\vec{B}$ auf. Die typischer Weise zu messenden Magnetfelder liegen im Bereich von einem Tesla. Damit zeigen die Niveaus mit der Quantenzahl n = 4 einen reinen Paschen-Back-Effekt, da ihre Dublettaufspaltungen sehr klein sind. Der Hamiltonoperator H_1 kann deshalb in einer Form dargestellt werden, so daß die Eigenfunktionen $|U_j>$ des ungestörten Atoms auch Eigenfunktionen von $H_0 + H_1$ sind. Mit $\vec{e_z}$ als Richtung des Magnetfeldes erhält man:

$$H_1 = \mu_B \vec{B} \cdot (\vec{L} + 2\vec{S}). \tag{7.2}$$

Die Richtung des Lithiumstrahls ist relativ zum Magnetfeld frei wählbar. Mit der Festlegung auf die Richtung $\vec{e_x}$, d.h. $\vec{v} = v \cdot \vec{e_x}$, erhält man eine für die weitere Berechnung geeignete Form des Hamiltonoperators H_2:

$$H_2 = \vec{d} \cdot \vec{E} = \vec{d} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -e E x \tag{7.3}$$

mit $E = |\vec{v} \times \vec{B}|$, falls $\vec{E}'$ identisch Null ist. Da die Niveauverschiebungen von H_2 abhängig sind, trägt immer nur die Komponente von $\vec{B}$ zur Verschiebung bei, die senkrecht zum Lithiumstrahl ist.

Entwickelt man die zeitunabhängige Wellenfunktion $|\psi>$ des Gesamtsystems nach den Funktionen $|U_j>$ gemäß

$$|\psi> = \sum C_j |U_j>, \tag{7.4}$$

so folgt aus der Schrödingergleichung:

$$H|\psi\rangle = (H_0 + H_1 + H_2)\,|\psi\rangle$$
$$= \sum_j [C_j \hbar\omega_j + C_j \mu_B B (M_{L_j} + 2M_{S_j}) - C_j e E x]\,|U_j\rangle$$
$$= \hbar\omega\,|\psi\rangle. \qquad (7.5)$$

Aus dieser Gleichung erhält man nach Multiplikation mit $\langle U_i|$ von links das Eigenwertproblem

$$[\hbar\omega_i + \mu_B B (M_{L_i} + 2M_{S_i})]\,C_i - e E \sum_j C_j \langle U_i|x|U_j\rangle$$
$$= C_i \hbar\omega\ . \qquad (7.6)$$

Dieses Problem wird, wie in Kapitel 4.3.1. beschrieben, durch eine Matrixdiagonalisierung nach dem Verfahren von Householder mit anschließendem QL-Algorithmus gelöst.

Die Lösung gibt die Verschiebungen der Niveaus mit n = 4 in Abhängigkeit vom elektrischen Feld $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ an. Damit die so bestimmte Verschiebung des Zustandes 4^2D in eine gut meßbare Größenordnung kommt, müssen die Lithiumatome eine kinetische Energie im Bereich von 10 keV bis 100 keV haben. Die Abb. 27 zeigt die berechneten Frequenzänderungen des 4^2D für verschiedene Teilchengeschwindigkeiten, senkrecht zum Magnetfeld, in Abhängigkeit vom magnetischen Feld $\vec{B}$.

Diese elektrodynamisch bedingte Verschiebung des Niveaus 4^2D kann aus folgenden Gründen nur über die Resonanzfluoreszenz gemessen werden:

a) Die Emissionsspektroskopie scheidet aus, da die Lithiumatome auf Grund der hohen Geschwindigkeit, die sie auch benötigen, um nennenswert in das Plasma einzudringen, innerhalb einer Lebensdauer Bereiche unterschiedlicher Feldstärke durchlaufen. Daher wird

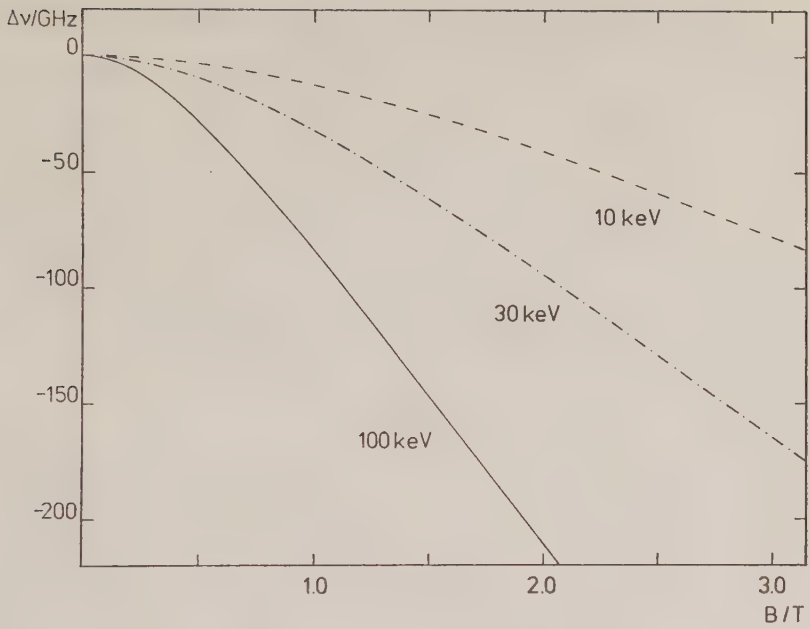


Abb. 27: Frequenzverschiebung des Niveaus 4^2D für Lithiumstrahlenergien von 10 keV, 30 keV und 100 keV; die Strahlgeschwindigkeit $\vec{v}$ ist senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$

im Beobachtungsvolumen die emittierte Strahlung von Atomen registriert, die in verschiedenen Raumbezirken und damit bei unterschiedlichen Feldstärken angeregt wurden. Automatisch erfolgt eine Mittelung über verschiedene Magnetfeldstärken und die Auflösung wird stark reduziert.

b) In einem Plasma werden solche kleinen Verschiebungen durch die Dopplerverbreiterung der Spektrallinien sehr schnell verdeckt. Die Messung muß deshalb dopplerfrei durchgeführt werden. Die Anregung des Zu-

standes 4^2D muß in einem Zwei-Photonen-Prozeß direkt vom Grundzustand aus erfolgen.

c) Es müssen die Linienverschiebungen, die durch den Zeeman- oder den Paschen-Back-Effekt hervorgerufen werden, eliminiert werden, damit die Messung der durch den translatorischen Starkeffekt verursachten Frequenzänderungen nicht gestört wird. Sowohl der Grundzustand 2^2S als auch der obere Zustand 4^2D zeigen bei den typischerweise zu erwartenden Magnetfeldern einen reinen Paschen-Back-Effekt; ihre M-Komponenten spalten sich entsprechend

$$\Delta E = (M_L + 2M_S)\,\mu_B B \qquad (7.7)$$

auf. Da das Niveau 2^2P weder einen reinen Zeeman- noch einen reinen Paschen-Back-Effekt bei diesen Feldstärken zeigt, liegt eine komplizierte Abhängigkeit der Niveauaufspaltung vom Magnetfeld vor, die nicht eliminiert werden kann. Auch deshalb ist eine Anregung des Zustandes 4^2D direkt vom Grundzustand in einem dopplerfreien Zwei-Photonen-Prozeß notwendig. Dazu ist ein linear polarisierter Laser zu verwenden, dessen Polarisationsrichtung parallel zu $\vec{B}$ ist. Dann werden nur Übergänge mit $\Delta M_L = 0$ angeregt. Da das Niveau 2^2S und die $M_L = 0$ Komponente von 4^2D eine gleich große Verschiebung auf Grund des Paschen-Back-Effektes zeigen, ist die magnetfeldabhängige Verschiebung dieses Überganges 0. Dieses Verhalten der Niveaus 2^2S und 4^2D ist in der Abb. 28 gezeigt.

Damit resultiert die bei einer Zwei-Photonen-Anregung zu messende Frequenzverschiebung des Überganges $2^2S \rightarrow 4^2D$ einzig auf der Niveauverschiebung des 4^2D, wie sie durch den translatorischen Starkeffekt bedingt

wird. Die Verschiebung ist daher ein direktes Maß für die Magnetfeldstärke; die Abb. 27 zeigt den Zusammenhang für verschiedene Teilchenenergien.

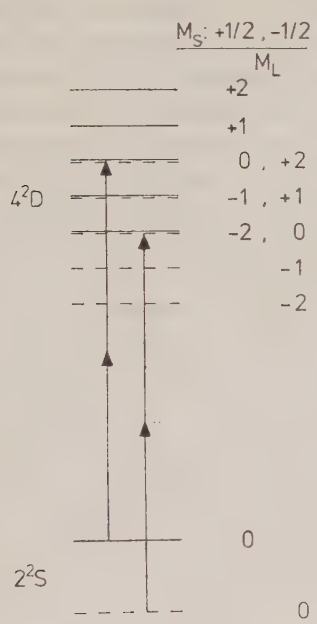


Abb. 28: Auszug aus dem Termschema von Lithium unter dem Einfluß des Paschen-Back-Effektes; der zur Messung notwendige Zwei-Photonenübergang ist eingezeichnet; Beiträge von M_S = + 1/2: ———, von M_S = - 1/2: - - -

Gegenüber anderen Meßverfahren zur Magnetfeldbestimmung (West et al. 1980, Soltwisch et al. 1981) hat diese Methode den Vorteil, daß sie durch eine günstige Anordnung des Lithiumstrahles relativ zum Magnetfeld

die Bestimmung jeder gewünschten Magnetfeldkomponente gestattet; denn mit diesem Verfahren wird nicht $|\vec{B}|$ gemessen, sondern immer die zum Teilchenstrahl senkrechte Magnetfeldkomponente.

Wir haben zur Veranschaulichung dieser Möglichkeit die Verschiebung berechnet, die durch die Poloidalfeldkomponente B_p eines Tokamakfeldes verursacht wird. Die Abb. 29 zeigt die zu erwartende Verschiebung des Niveaus 4^2D und damit auch die des Überganges $2^2S \rightarrow 4^2D$ durch das Poloidalfeld bei einem Toroidalfeld $B_t = 2$ T. Die Strahlgeschwindigkeit $\vec{v}$ muß dazu parallel zu B_t gewählt werden.

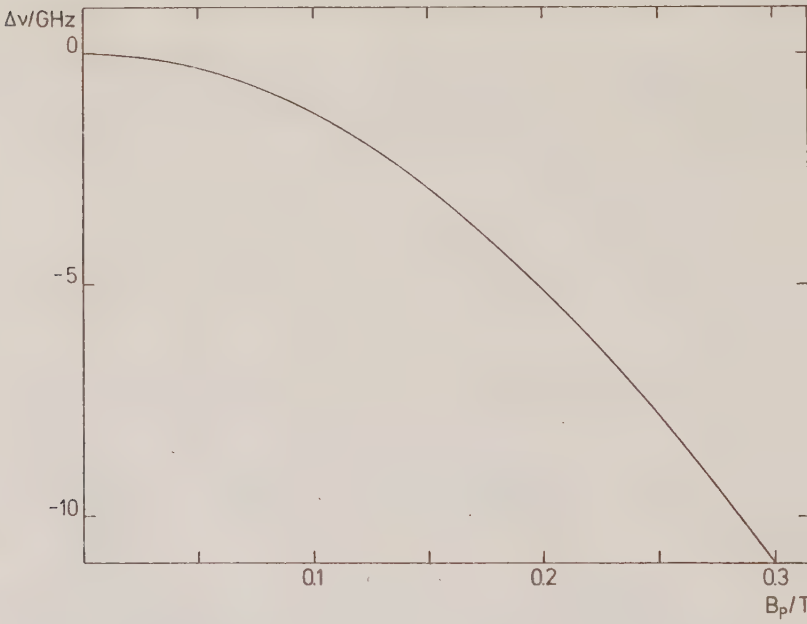


Abb. 29: Frequenzänderung des Überganges $2^2S \rightarrow 4^2D$ für eine Strahlenergie von 100 keV; Strahlrichtung senkrecht zu B_p und parallel zu $B_t = 2$ T

Gegenwärtig wird von uns ein Modellexperiment zur Magnetfeldmessung nach dieser Methode vorbereitet. Die Anforderungen, die an die einzelnen Komponenten des Experimentes gestellt werden, sind wie folgt zu spezifizieren: Für die Anregung des 4^2D-Niveaus wird ein Farbstofflaser bei der Wellenlänge 546 nm benötigt. Aus den Linienverschiebungen, die noch aufgelöst werden sollen, ergibt sich, daß die Linienbreite des Lasers nicht mehr als 5 GHz betragen darf. Da für die Anregung ein Zwei-Photonen-Prozeß ausgenutzt werden muß, gleichzeitig sollte aus Intensitätsgründen auch in Sättigung gepumpt werden, wird eine Laserleistung von mindestens 1 MW erforderlich sein. Wünschenswert wäre ein Laser, der eine Messung des verschobenen Linienprofiles in einem Schuß ermöglichte. Da die zu untersuchenden Magnetfelder sich im Extremfall auf einer 100 µs Zeitskala, im allgemeinen jedoch langsamer, ändern, kann die Abstimmung der Laserstrahlung über die Linie etwa 1 µs in Anspruch nehmen. Die hierfür notwendige elektrooptische schnelle Abstimmung bereitet aber prinzipielle Schwierigkeiten. Lyotfilter garantieren zwar die notwendige Abstimmgeschwindigkeit, die Linienbreite, die mit ihnen erreichbar ist, erfüllt die Anforderungen bei weitem nicht. Zur Zeit ist daher geplant, die Messung nur im Einzelschußverfahren durchzuführen; die Laserfrequenz wird von Schuß zu Schuß durchgestimmt.

Für diese Messung wird eine hochenergetische und stromstarke Lithiumneutralteilchenquelle benötigt. Aus Intensitätsgründen muß sie einen Neutralteilchenfluß liefern, der einem Strom von etwa 20 mA äquivalent ist. Die Divergenz des Teilchenstrahles sollte 10 mrad im Beobachtungsvolumen nicht übersteigen. Von der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt ist eine solche Quelle entwickelt worden und wird zur Zeit für die KFA-Jülich gebaut. Diese Quelle wird für unsere Messungen zur Verfügung gestellt werden.

8. Zusammenfassung

Diese Arbeit sollte Fragen klären, die im Zusammenhang mit dem HF-Starkeffekt, speziell dem in Absorption, auftreten können. Deshalb wurde für die hierzu notwendigen Untersuchungen ein geeignetes Experiment aufgebaut, so daß die Versuche bei definierten Arbeitsbedingungen durchgeführt werden konnten. Der HF-Starkeffekt wurde diesmal nicht als Diagnostikmethode verwendet, sondern er war selbst Gegenstand der Untersuchung.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Satellitenintensitäten und die Niveauverschiebungen durch die Theorie von Hicks, Hess und Cooper exakt beschrieben werden. Die für diese Überprüfung benötigten theoretischen Linienprofile wurden numerisch berechnet; für die Auswertung der gemessenen Niveauverschiebungen wurde die elektrische Feldstärke auf eine unabhängige Weise bestimmt. Das Experiment verdeutlicht, daß der Ansatz von Baranger und Mozer die Verhältnisse nur für kleine Feldstärken zuverlässig beschreibt. Es konnte eine Grenze angegeben werden, ab der der Gültigkeitsbereich dieser Theorie verlassen wird.

Besonderer Wert wurde auf die Auswertung der in Absorption gemessenen Spektren gelegt. Es zeigte sich, daß eine Sättigungsentzerrung im üblichen Sinn nicht durchführbar ist. Statt dessen haben wir den Einfluß der Laseranregung bis in Sättigung auf die Linienprofile berechnet. Dabei wurden sowohl das räumliche Laserstrahlprofil als auch die Auswirkungen der Nachweisapparatur berücksichtigt. Diese Beschreibung kann das Sättigungsverhalten der gemessenen Spektren vollständig erklären.

Die vorliegende Arbeit hat aufgezeigt, daß die Satellitenspektren bei hohen Feldstärken eine sehr kom-

plizierte Struktur haben. Die Interpretation von in Absorption gemessenen Linienprofilen wird immer durch die Sättigung erschwert, unabhängig von der Feldstärke. Eine zuverlässige Auswertung ist nur unter bestimmten Bedingungen möglich. So muß das hochfrequente Feld genügend monochromatisch sein, die Frequenz sollte bekannt sein. Nach Möglichkeit sollte außerdem keine Feldstärkeverteilung vorliegen. Nur unter diesen Voraussetzungen kann die Berücksichtigung der Sättigung, die die Linienprofile wesentlich verändert, in der angegebenen Weise erfolgen.

Aus diesen Überlegungen folgt, daß der HF-Starkeffekt in Absorption nicht in jedem Fall sinnvoll als Diagnostikmethode eingesetzt werden kann. Für die Untersuchung der HF-Heizung, wie sie für mehrere fusionsorientierte Plasmaexperimente vorgesehen ist, bietet er in Verbindung mit einem hochenergetischen Lithiumneutralteilchenstrahl jedoch gute Möglichkeiten. Wird bei der Elektronzyklotronfrequenz geheizt, so liegt die Feldfrequenz mit ca. 50 GHz bis 100 GHz in einer günstigen Größenordnung; eventuell kann auch noch die Heizung bei der unteren Hybridfrequenz untersucht werden. Diese Experimente erfüllen alle Voraussetzungen für eine zuverlässige Auswertung.

9. Anhang

A. Lösung eines Systems gekoppelter Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

Die Lösung des Gleichungssystems (6.4) für den Fall, daß die m-Anteile getrennt werden können, wurde in Abschnitt 6.1.1. dargestellt. Wenn die m = 0 und |m| = 2 Komponenten gleichzeitig angeregt werden, so sind die Besetzungsdichten n_0 und n_2 nicht mehr unabhängig voneinander. Das Gleichungssystem (6.4) wird mit der Nebenbedingung überführt in:

$$\begin{aligned} \dot{n}_0 + \left(3 B^{js}_{1\to 0} u_\nu + A^j_0 \right) n_0 + \left(2 B^{js}_{1\to 0} u_\nu \right) n_2 &= \frac{2}{3} N_L B^{js}_{1\to 0} u_\nu \\ \dot{n}_2 + \left(\frac{1}{2} B^{js}_{1\to 2} u_\nu \right) n_0 + \left(2 B^{js}_{1\to 2} u_\nu + A^j_2 \right) n_2 &= \frac{1}{3} N_L B^{js}_{1\to 2} u_\nu , \end{aligned} \tag{A.1}$$

die Anfangsbedingungen für dieses Problem sind:

$$n_0(t=0) = 0 , \quad n_2(t=0) = 0 . \tag{A.2}$$

Dieses Gleichungssystem hat folgende Form:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 + c_{11} y_1 + c_{12} y_2 &= d_1 \\ \dot{y}_2 + c_{21} y_1 + c_{22} y_2 &= d_2 , \end{aligned} \tag{A.3}$$

mit den Anfangsbedingungen:

$$y_1(t=0) = 0 , \quad y_2(t=0) = 0 . \tag{A.4}$$

Die Koeffizienten c_{ij} und d_i sind konstant. In der Matrixdarstellung nimmt (A.3) die Form

$$\frac{d}{dt} Y + C Y = D \tag{A.5}$$

mit $Y(t = 0) = 0$ an. Die Vektoren Y und D werden aus den Elementen y_i und d_i gebildet; die Matrix C wird so aus den Elementen c_{ij} konstruiert, daß die Matrixgleichung (A.3) entspricht.

Um dieses System zu lösen, muß die Matrix C diagonalisiert werden. Gesucht ist daher eine Transformation U mit $\det U \neq 0$, die

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} = U^{-1} \cdot C \cdot U \qquad (A.6)$$

erfüllt. Die Elemente u_{ij} der Transformation U können konstant gewählt werden. Wendet man U^{-1} von links auf (A.5) an, so erhält man unter Verwendung von $X = U^{-1} \cdot Y$ und $E = U^{-1} \cdot D$ ein System linearer entkoppelter Differentialgleichungen

$$\frac{d}{dt} X + \Lambda X = E \, . \qquad (A.7)$$

Unter Einschluß der Anfangsbedingung $X(t = 0) = 0$ folgt aus der Lösung dieses Gleichungssystems

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \dfrac{e_1}{\lambda_1} \\ (1 - e^{-\lambda_2 t}) \dfrac{e_2}{\lambda_2} \end{pmatrix} \qquad (A.8)$$

die gesuchte Lösung des Systems der gekoppelten Differentialgleichungen als:

$$Y = U \cdot X = \begin{pmatrix} u_{11} \dfrac{e_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + u_{12} \dfrac{e_2}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \\ u_{21} \dfrac{e_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + u_{22} \dfrac{e_2}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \end{pmatrix} . \qquad (A.9)$$

Um das Gleichungssystem (A.3) lösen zu können, muß also eine geeignete Transformation U bestimmt werden. Da die Matrix C mit den entsprechenden Koeffizienten von (A.1) nicht hermitesch ist, kann die Transformation U nicht als elementare Drehung dargestellt werden.

Für die Koeffizienten u_{ij} von U folgen aus (A.6) zwei Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} (c_{11} - c_{22})\, u_{12}\, u_{22} + c_{12}\, u_{22}^2 - c_{21}\, u_{12}^2 &= 0 \\ (c_{22} - c_{11})\, u_{11}\, u_{21} - c_{12}\, u_{21}^2 + c_{21}\, u_{11}^2 &= 0 \,. \end{aligned} \tag{A.10}$$

Für den Fall $c_{12}, c_{21} \neq 0$ können $u_{12} = u_{21} = 1$ gesetzt werden. Unter Berücksichtigung von $\det U \neq 0$ ergibt sich die Transformationsmatrix U zu:

$$U = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\,c_{21}} \left(c_{11} - c_{22} + \sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4\, c_{12} c_{21}} \right) & 1 \\ 1 & \frac{1}{2\,c_{12}} \left(c_{22} - c_{11} - \sqrt{(c_{22} - c_{11})^2 + 4\, c_{12} c_{21}} \right) \end{pmatrix} .$$

Die Eigenwerte λ_i ergeben sich demnach zu:

$$\Lambda = \frac{1}{\det U} \begin{pmatrix} c_{11}\, u_{11}\, u_{22} - c_{21}\, u_{11} + c_{12}\, u_{22} - c_{22} & 0 \\ 0 & c_{22}\, u_{11}\, u_{22} + c_{21}\, u_{11} - c_{12}\, u_{22} - c_{11} \end{pmatrix}$$

und der Vektor E zu:

$$E = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = U^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} -d_2 + u_{22} d_1 \\ -d_1 + u_{11} d_2 \end{pmatrix} .$$

E und Λ geben die zur Erstellung der Lösung (A.9) notwendigen Koeffizienten an.

Die Besetzungsdichten n_0 und n_2 erhält man aus Y; die für n_1 unabhängig davon durch Lösung der Gleichung (6.5).

B. Berechnung der Einsteinkoeffizienten

In diesem Kapitel ist die Berechnung der in Abschnitt 6.1.1. auftretenden Einsteinkoeffizienten dargestellt.

Für die weitere Betrachtung werden die Lebensdauern der beteiligten Niveaus benötigt. Nach Lindgård und Nielsen[8] betragen sie:

$\tau^{4^2P} = 403\ ns$ für das Niveau 4^2P

$\tau^{4^2D} = 33\ ns$ für das Niveau 4^2D

$\tau^{4^2F} = 72\ ns$ für das Niveau 4^2F.

Diese Lebensdauern beinhalten alle möglichen Zerfälle der angegebenen Zustände zu den energetisch tiefer liegenden. Bei ihrer Berechnung wurde außerdem über die m-Komponenten der jeweiligen oberen Zustände gemittelt. Damit erhält man aus ihnen die Gesamtübergangswahrscheinlichkeiten für die spontane Emission der jeweiligen Niveaus (siehe z.B. Heckmann und Träbert 1980). Die Lebensdauern geben daher die Zeitkonstanten an, mit denen die Reemission der Niveaus auf den beobachteten Spektrallinien erfolgt. Sie beschreiben also das Zeitverhalten der Besetzung der oberen Niveaus nach dem Ende der Anregung. Die in den Gleichungen (6.13) auftretenden Koeffizienten sind alle gleich, da bei der Reemission die m-Komponenten keine Rolle spielen. (6.13) beschreibt das Verhalten des Niveaus 4^2D nach dem Laserpumpen, der Einsteinkoeffizient der spontanen Emission ergibt sich zu

$$A_{tot}^{4^2D} = 3{,}03 \cdot 10^7\ s^{-1}\ .$$

Für die Reemission der Niveaus 4^2P und 4^2F können ähnliche Gleichungen mit den entsprechenden Koeffizienten aufgestellt werden.

Für die Gleichungen (6.12) werden sowohl die Übergangswahrscheinlichkeiten für die spontanen als auch für die induzierten Prozesse während der Laseranregung gebraucht. Die Koeffizienten der induzierten Prozesse sind mit denen der zugehörigen spontanen über

$$B^{js}_{m\to m'} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} A^{j}_{m\to m'} \qquad (B.1)$$

verknüpft. Da die einzelnen Prozesse die gleichen statistischen Gewichte haben, gilt:

$$B^{js}_{m\to m'} = B^{js}_{m'\to m} \; . \qquad (B.2)$$

Daher ist die spontane Übergangswahrscheinlichkeit des Prozesses $4^2D \to 2^2P$ für die weitere Berechnung sehr wichtig; denn der Umkehrprozeß wird für die Anregung verwendet. Nach Lindgård und Nielsen beträgt der Koeffizient:

$$A^{4^2D}_{m} = 2{,}316\cdot 10^7 \; s^{-1} \; . \qquad (B.3)$$

Dieser Wert gibt die Übergangswahrscheinlichkeit eines Zerfalls von einem Unterniveau m des 4^2D-Zustandes zu allen möglichen Unterniveaus m' des Zustandes 2^2P an. Da in den Rechnungen aber die einzelnen m-Komponenten separat behandelt werden, sind für die Ratengleichungen auch die entsprechenden Koeffizienten $A^{j}_{m\to m'}$ zu benutzen. Sie können mit Hilfe der zugehörigen Dipolmatrixelemente aus (B.3) abgeleitet werden. Für die in Frage kommenden Übergänge mit $|m - m'| = 1$ erhält man:

$$A^{4^2D}_{1\to 0} = A^{4^2D}_{-1\to 0} = 1{,}16 \cdot 10^7 \ s^{-1}$$

$$A^{4^2D}_{0\to 1} = A^{4^2D}_{0\to -1} = 3{,}86 \cdot 10^6 \ s^{-1} \qquad \text{(B.4)}$$

$$A^{4^2D}_{1\to 2} = A^{4^2D}_{-1\to -2} = 2{,}32 \cdot 10^7 \ s^{-1} \ .$$

Aus diesen Werten und den Übergangswahrscheinlichkeiten $|C^m_{js}|^2$ der Satellitenübergänge ergeben sich alle in (6.12) auftretenden Koeffizienten.

a) Einsteinkoeffizienten der spontanen Emission:
Diese Koeffizienten geben in den Gleichungen (6.3) die Wahrscheinlichkeit der spontanen Übergänge vom oberen Niveau 4^2D zum unteren 2^2P an. Diese Gleichungen erfassen nicht die Verluste zu anderen Niveaus. Da aber alle Lebensdauern im Vergleich zu der Anregungsdauer von ca. 3 ns groß sind, wirken sich diese Verluste praktisch nicht aus.
Für die Satellitenlinien zu den verschiedenen oberen Niveaus sind daher auch verschiedene Koeffizienten anzusetzen.
Werden die Satellitenlinien zu den Niveaus 4^2P und 4^2F angeregt, so gibt es während des Pumpprozesses so gut wie keine spontanen Zerfälle zum Zustand 2^2P, da er nur über Zwischenniveaus erreichbar ist. In den Ratengleichungen ist für diese Anregung die spontane Emission ohne Bedeutung, und in den numerischen Rechnungen werden die entsprechenden Koeffizienten A^j_m zu 0 angesetzt.
Werden dagegen die Satellitenlinien zum Niveau 4^2D angeregt, so kann die spontane Emission nicht vernachlässigt werden. Durch das elektrische Feld können spontane Übergänge nicht nur über die Hauptlinie zum Niveau 2^2P erfolgen, sondern auch über die Satellitenlinien $\pm 2\Omega$, $\pm 4\Omega$, ... Da ihre Intensitäten

und auch die der Hauptlinie durch die Koeffizienten $|C^m_{js}|^2$ (nach Hicks, Hess und Cooper) gegeben sind, und da sie auch von der magnetischen Quantenzahl m abhängig sind, muß die Übergangswahrscheinlichkeit, wie sie von Lindgård und Nielsen angegeben wird, entsprechend modifiziert werden:

$$A^{4^2D}_m = A^{4^2D}_{m\to m'} \sum_{s=0,\pm 2,..} |C^m_{4^2D,s}|^2 . \qquad (B.5)$$

Für die Einsteinkoeffizienten der spontanen Emission während der Laseranregung setzen wir für die Rechnungen also folgende Werte an:

$$A^j_m = \begin{cases} 0 & \text{für das Niveau } 4^2P \\ A^{4^2D}_{m\to m'} \sum_{s=0,\pm 2,..} |C^m_{4^2D,s}|^2 & \text{für das Niveau } 4^2D \\ 0 & \text{für das Niveau } 4^2F. \end{cases}$$

b) Einsteinkoeffizienten der induzierten Emission und Absorption:
Mit (B.4) sind die Koeffizienten B nach (B.1) zu bestimmen. Da nur die 4^2D-Beimischungen angeregt werden, benötigt man nur ihre Übergangswahrscheinlichkeiten für diese Berechnung. Weil die oberen Niveaus zusätzlich auch über die Satellitenlinien erreichbar sind, müssen wie in Teil a) noch die relativen Intensitäten $|C^m_{js}|^2$ der Übergänge berücksichtigt werden, d.h. (B.1) muß modifiziert werden:

$$B^{js}_{m\to m'} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} A^{4^2D}_{m\to m'} |C^m_{js}|^2 . \qquad (B.6)$$

Damit erhält man für die Einsteinkoeffizienten der induzierten Prozesse:

$$B^{js}_{0\to 1} = B^{js}_{0\to -1} = 6{,}55 \cdot 10^{19}\ |C^{1}_{js}|^2\ m^3/Js^2$$
$$B^{js}_{1\to 0} = B^{js}_{-1\to 0} = 2{,}18 \cdot 10^{19}\ |C^{0}_{js}|^2\ m^3/Js^2 \qquad (B.7)$$
$$B^{js}_{1\to 2} = B^{js}_{-1\to -2} = 1{,}31 \cdot 10^{20}\ |C^{2}_{js}|^2\ m^3/Js^2\ ,$$

wobei der erste Index von B für m' - das untere Niveau - und der zweite für m - das obere Niveau - steht.
Diese Koeffizienten beschreiben sowohl die Pumpprozesse zum Niveau 4^2D als auch die zu den Niveaus 4^2P und 4^2F, da beide nur über ihre Beimischungen vom 4^2D besetzt werden. Sie werden bevölkert, wenn sie über Satelliten mit ungeradem s angeregt werden.

Die Ableitung der Einsteinkoeffizienten für die Niveaus mit n = 5 erfolgt auf analoge Weise. Die dazu notwendigen Lebensdauern und Frequenzen der beteiligten Übergänge sind ebenfalls bei Lindgård und Nielsen angegeben.

C. Intensität der Fluoreszenzstrahlung

In der nachstehenden Abbildung C ist die Geometrie für die Beobachtung gezeigt. Die z-Achse wird durch das hochfrequente elektrische Feld definiert. Die Ausbreitungsrichtungen der beiden Laser und der Mikrowellen sind $\pm\vec{e}_y$. Die Beobachtung der Fluoreszenzstrahlung erfolgt unter einem Winkel $\vartheta = 35^\circ$ zur z-Achse, $\vec{k}$ gibt die Ausbreitungsrichtung an.

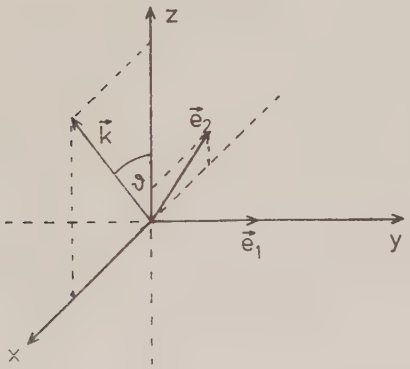


Abb. C: Geometrie für die Beobachtung der Fluoreszenzstrahlung

Die Polarisation des Fluoreszenzlichtes muß berücksichtigt werden, da der Monochromator für die unterschiedlichen Polarisationsrichtungen verschiedene Transmissionseigenschaften hat. Die Vektoren $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ geben die beiden Polarisationsrichtungen für diesen Versuch an:

$$\vec{e}_1 = \vec{e}_y$$
$$\vec{e}_2 = -\cos(\vartheta)\vec{e}_x + \sin(\vartheta)\vec{e}_z \,. \qquad (C.1)$$

Die Intensität des Fluoreszenzlichtes ist mit Gleichung (6.17) gegeben. Da der Anteil des Dipolmatrixelementes nicht vom Beobachtungsvolumen abhängig ist, kann (6.17) umgeformt werden in

$$I^{i}_{Fl}(t) \sim \int_{\Omega} d\Omega \, |\langle f_{m'} | \vec{r} \cdot \vec{e}_i | i_m \rangle|^2 \cdot \int_{V} dV \; n_m(\vec{r},t) \; . \qquad (C.2)$$

Die Berechnung des Volumenintegrales ist unabhängig von der Polarisation und kann erfolgen, wie es in (6.15) ausgeführt ist.

Die Raumwinkelintegration beinhaltet die Polarisationsanteile. Mit $d\Omega = \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$ folgt
a) für die Polarisationsrichtung $\vec{e}_1$:

$$\begin{aligned} R_1 &= \int_{\Omega} d\Omega \, |\langle f_{m'} | \vec{r} \cdot \vec{e}_1 | i_m \rangle|^2 \\ &= |\langle f_{m'} | y | i_{m'} \rangle|^2 \int_{\varphi} d\varphi \int_{\theta} \sin\vartheta \, d\vartheta \; . \end{aligned} \qquad (C.3)$$

Mit dem im Experiment realisierten Winkelbereich $\theta = [32{,}5^\circ, 37{,}5^\circ]$ ergibt das Integral

$$R_1 = |\langle f_m | y | i_{m'} \rangle|^2 \cdot 0{,}05004 \cdot \int_{\varphi} d\varphi \; . \qquad (C.4)$$

b) für die Polarisationsrichtung $\vec{e}_2$:

$$\begin{aligned} R_2 &= \int_{\Omega} d\Omega \, |\langle f_{m'} | \vec{r} \cdot \vec{e}_2 | i_m \rangle|^2 \\ &= \int_{\Omega} d\Omega \, |\langle f_{m'} | (-x \cos[\vartheta] + z \sin[\vartheta]) | i_m \rangle|^2 \; . \end{aligned} \qquad (C.5)$$

Da für einen Übergang $i_m \rightarrow f_m$, entweder $\langle x \rangle$ oder $\langle z \rangle$ identisch 0 ist, folgt:

$$R_2 = (|\langle x \rangle|^2 \cdot 0{,}03352 + |\langle z \rangle|^2 \cdot 0{,}01652) \int_{\varphi} d\varphi \; . \qquad (C.6)$$

Damit erhält man für die relativen Intensitäten der beiden Polarisationsrichtungen aus (C.2):

$$I_{Fl}^{(1)}(t) \sim R_1 \cdot {}_V\!\int dV\; n_m(\vec{r},t) \qquad (C.7)$$

$$\sim 0{,}05004\, |\langle y\rangle|^2\, {}_V\!\int dV\; n_m(\vec{r},t)$$

$$I_{Fl}^{(2)}(t) \sim R_2\, {}_V\!\int dV\; n_m(\vec{r},t) \qquad (C.8)$$

$$\sim (0{,}03352\, |\langle x\rangle|^2 + 0{,}01652\, |\langle z\rangle|^2)\, {}_V\!\int dV\; n_m(\vec{r},t)\,.$$

Für die Bestimmung der Strahlungsintensität sind also die Dipolmatrixelemente der beteiligten Übergänge und die Besetzungsdichten der oberen Zustände $n_m(\vec{r},t)$ notwendig. Die Bestimmung der benötigten Dipolmatrixelemente erfolgt wieder unter der Verwendung von Wasserstoffwellenfunktionen.

Zur Volumenintegration werden die Besetzungsdichten benutzt, die sich aus den Lösungen der Ratengleichungen ergeben haben und die in (6.13) aufgeführt sind. Diese Integration über den Querschnitt des Beobachtungsvolumens kann nicht analytisch ausgeführt werden, weil $n_m(\vec{r},t)$ durch die spektrale Energiedichte u_ν eine komplizierte Ortsabhängigkeit besitzt. Für die notwendige numerische Integration wird u_ν gemäß (6.7) durch ein Gaußprofil mit dem Strahltaillenradius r_o = 0,5 mm beschrieben. Für die weiteren Überlegungen wird das Ergebnis dieser Integration mit $\overline{n_m}$ bezeichnet:

$$\overline{n_m} = 4 \cdot h \cdot \int_0^{x_{max}} dx \cdot \int_0^{b/2} dz\; n_m(x,z,t)\,. \qquad (C.9)$$

Ein gesamtes Spektrum der Fluoreszenzstrahlung bekommt man, indem die Beiträge der einzelnen m-Komponenten addiert werden; denn die Beobachtung der Reemission erfolgt spektral integriert.

In unserem Versuch werden die Intensitäten der Fluoreszenzstrahlung der beiden Polarisationsrichtungen immer gemeinsam gemessen. Für einen Vergleich mit den Meßergebnissen müssen die Intensitäten unter Beachtung der relativen Monochromatortransmission addiert werden:

$$I_{Fl} = t^{(1)} I_{Fl}^{(1)} + t^{(2)} I_{Fl}^{(2)} \qquad (C.10)$$

mit t^i als relativer Transmission der Polarisationsrichtung $\vec{e}_i$.

In unserem Experiment ist kein Plasma vorhanden (siehe Abschnitt 5.2), und damit auch keine Stoßkopplung der oberen Niveaus. Aus diesem Grund können die Satelliten zu den verbotenen Übergängen nicht, wie sonst bei HF-Starkeffektmessungen üblich, auf der Hauptlinie beobachtet werden. Für den Nachweis der Satelliten zu den drei oberen Niveaus ist die Reemission auf jeweils verschiedenen Übergängen zu messen. Folglich ergeben sich durch unterschiedliche Monochromatortransmissionen verschiedene Wichtungen der Polarisationen und damit auch eine verschiedene Wichtung der m-Komponenten. Die Intensität I_{Fl} der Fluoreszenzstrahlung muß also für jeden beobachteten Übergang separat berechnet werden.

a) Fluoreszenzstrahlung vom 4^2D zum 2^2P:
Die Besetzung des Niveaus 4^2D und damit auch die Satelliten zur Hauptlinie werden über diese Spektrallinie nachgewiesen. Mit den Wellenfunktionen $|i_m\rangle = |4\ 2\ m\rangle$ und $|f_{m'}\rangle = |2\ 1\ m'\rangle$ zur Berechnung der Dipolmatrixelemente erhält man aus (C.7) und (C.8) nach Summation der Beiträge von den m-Komponenten die Intensitäten des Fluoreszenzlichtes für die beiden Polarisationsrichtungen zu:

$$I_{Fl}^{(1)} \sim 0{,}05004 \cdot \left(\frac{2}{5}\overline{n_2} + \frac{1}{5}\overline{n_1} + \frac{1}{15}\overline{n_0}\right)$$

$$I_{Fl}^{(2)} \sim 0{,}03352 \cdot \frac{2}{5}\overline{n_2} + \left(0{,}03352 \cdot \frac{1}{5} + 0{,}01652 \cdot \frac{2}{5}\right) \cdot \overline{n_1}$$
$$+ \left(0{,}03352 \cdot \frac{1}{15} + 0{,}01652 \cdot \frac{4}{15}\right) \cdot \overline{n_0} \quad .$$

Da der Monochromator die Polarisationsrichtung $\vec{e}_2$ um 34% mehr abschwächt (relativ zur Richtung $\vec{e}_1$), ist die Intensität des Fluoreszenzlichtes nach (C.10) gegeben als:

$$I_{Fl} \sim 0{,}00772 \cdot \overline{n_0} + 0{,}01879 \cdot \overline{n_1} + 0{,}02887 \cdot \overline{n_2} \quad .$$

Diese Gleichung zeigt die im Experiment beobachtete starke Betonung der $|m| = 2$ Anteile.

b) Fluoreszenzstrahlung vom 3^2D zum 2^2P:
Die Besetzung des Zustandes 4^2F und damit die Satelliten zum verbotenen Übergang werden nicht direkt gemessen (siehe Abschnitt 2.). Der Nachweis erfolgt über die Linie $3^2D \rightarrow 2^2P$. Diese Kaskade muß bei der Berechnung der Intensität des Fluoreszenzlichtes berücksichtigt werden.
Das Niveau 4^2F wird nur über die 4^2D-Beimischungen bevölkert. Da der Zustand 4^2D keine $|m| = 3$ Komponenten enthält, bleiben diese Anteile vom 4^2F unbesetzt und damit ohne Bedeutung.
Für den ersten Übergang $4^2F \rightarrow 3^2D$ spielt die Polarisation keine Rolle. Für die Berechnung der Bevölkerung des Zwischenzustandes 3^2D werden die Matrixelemente $\langle 4\ 3\ m\ |\ \vec{r}\ |\ 3\ 2\ m' \rangle$ benötigt. Mit ihnen werden die Besetzungsdichten des Zwischenniveaus aus denen des oberen Zustandes 4^2F berechnet.
Anschließend erfolgt die Bestimmung der Intensität des Fluoreszenzlichtes unter Berücksichtigung der

Polarisation. Analog zu Abschnitt a) ergeben sich die Intensitäten der Fluoreszenzstrahlung für die beiden Polarisationsrichtungen zu:

$$I_{Fl}^{(1)} \sim 0{,}05004 \cdot \left(\frac{4}{35}\overline{n_2} + \frac{14}{175}\overline{n_1} + \frac{6}{175}\overline{n_0}\right)$$

$$I_{Fl}^{(2)} \sim 0{,}00572 \cdot \overline{n_2} + 0{,}0570 \cdot \overline{n_1} + 0{,}00285 \cdot \overline{n_0} \ .$$

Da bei der Wellenlänge 610 nm die Polarisationsrichtung $\vec{e}_1$ um 20% mehr abgeschwächt wird als die andere, ergibt sich die Strahlungsintensität zu:

$$I_{Fl} \sim 0{,}00442 \cdot \overline{n_0} + 0{,}00890 \cdot \overline{n_1} + 0{,}01029 \cdot \overline{n_2} \ .$$

Auch bei den zur verbotenen Linie gehörenden Satellitenlinien werden die $|m| = 2$ Anteile besonders hervorgehoben.

c) Fluoreszenzstrahlung vom 4^2P zum 2^2S

Die Satellitenlinien zum Niveau 4^2P können nur über den im UV liegenden Übergang zum Grundzustand nachgewiesen werden. Da es sich um ein P-Niveau handelt, treten nur Anteile mit $|m| = 0, 1$ auf. Mit den relevanten Matrixelementen ergeben sich die Intensitäten für die einzelnen Polarisationen zu:

$$I_{Fl}^{(1)} \sim 0{,}05004 \cdot \frac{1}{3}\overline{n_1}$$

$$I_{Fl}^{(2)} \sim 0{,}03352 \cdot \frac{1}{3}\overline{n_1} + 0{,}01652 \cdot \frac{1}{3}\overline{n_0} \ .$$

Die Polarisationsrichtung $\vec{e}_2$ wird um 23% stärker vom Monochromator reduziert. Die Intensität des Satellitenspektrums ergibt sich zu:

$$I_{Fl} \sim 0{,}00424 \cdot \overline{n_0} + 0{,}02528 \cdot \overline{n_1} \ .$$

Entsprechend diesen Überlegungen wurden die Anteile von den einzelnen m-Komponenten für die in Abb. 2a) - c) im Anhang D dargestellten Spektren überlagert.

D. Graphische Darstellungen

Abb. 1: Experimentelle Satellitenspektren zu den Niveaus 4^2D und 4^2F bei verschiedenen Mikrowellenfeldstärken; die relativen Intensitäten der einzelnen Spektren sind ohne Bedeutung
a) a) keine Mikrowellen; b) E_o = 1,1 kV/cm;
c) E_o = 1,7 kV/cm; d) E_o = 2,5 kV/cm
b) e) E_o = 3,7 kV/cm; f) E_o = 5,2 kV/cm
g) E_o = 6,9 kV/cm
c) h) E_o = 8,2 kV/cm; i) E_o = 9,5 kV/cm
j) E_o = 11,6 kV/cm

Abb. 2: Satellitenspektren (—— gemessen, ···· berechnet) zu den Niveaus 4^2D und 4^2F bei verschiedenen Laserleistungen und einer Mikrowellenfeldstärke E_o = 9,5 kV/cm; die relativen Intensitäten der einzelnen Spektren untereinander sind ohne Bedeutung; P: Laserleistung im Beobachtungsvolumen, u_ν: spektrale Energiedichte für die berechneten Spektren
a) P = 900 W, $u_\nu = 5{,}0 \cdot 10^{-10}$ Js/m^3
b) P = 90 W, $u_\nu = 5{,}0 \cdot 10^{-11}$ Js/m^3
c) P = 12 W, $u_\nu = 6{,}7 \cdot 10^{-12}$ Js/m^3

Abb. 3: Besetzung der $|m| = 2$ Anteile der Hauptlinie n_2 relativ zur Besetzung bei voller Sättigung n_S; Feldstärke E_o = 9,5 kV/cm; der Zeitverlauf des Pumppulses ist punktiert dargestellt
I: Maximalenergie des Lasers
II: 1/10 der Maximalenergie
III: 1/100 der Maximalenergie
a) Rechteckpuls der Breite 3 ns
b) Gaußpuls der Halbwertsbreite 3 ns
c) angenäherter tatsächlicher Zeitverlauf (siehe Abb. 3)

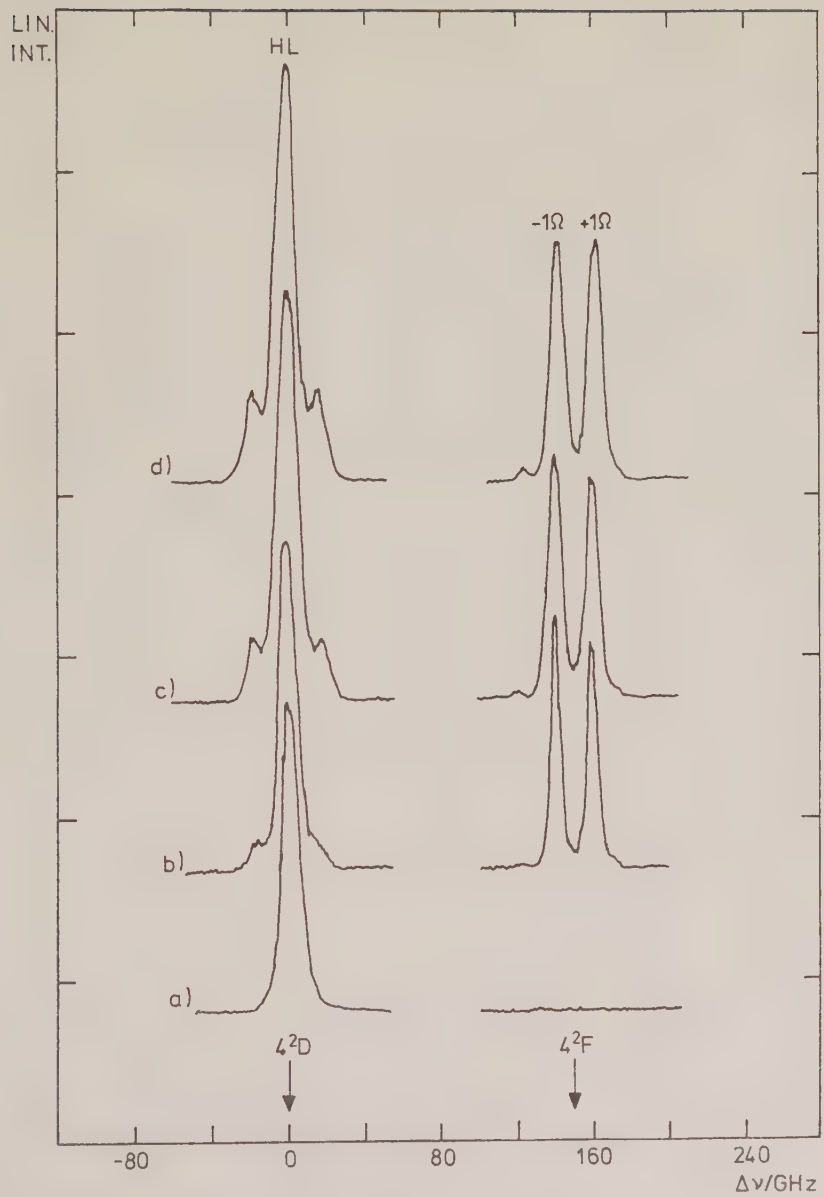


Abb. 1a)

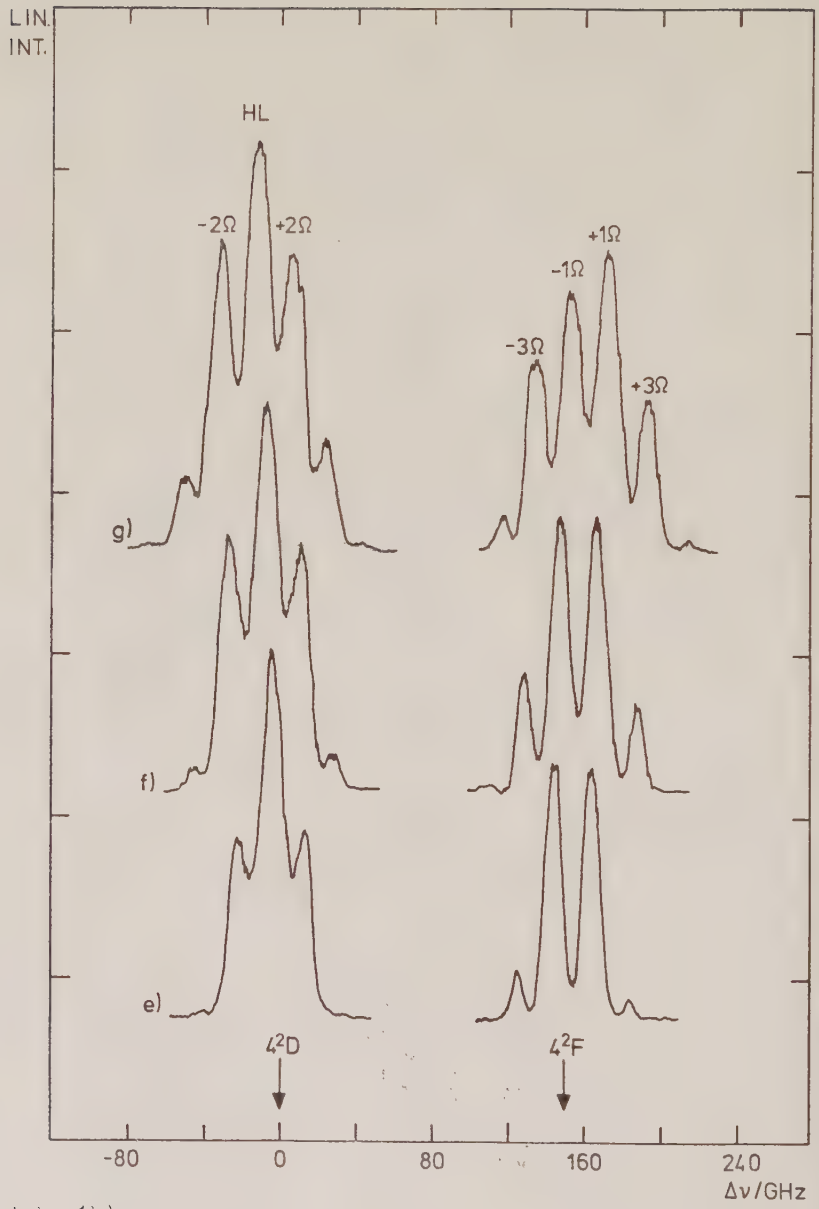


Abb. 1b)

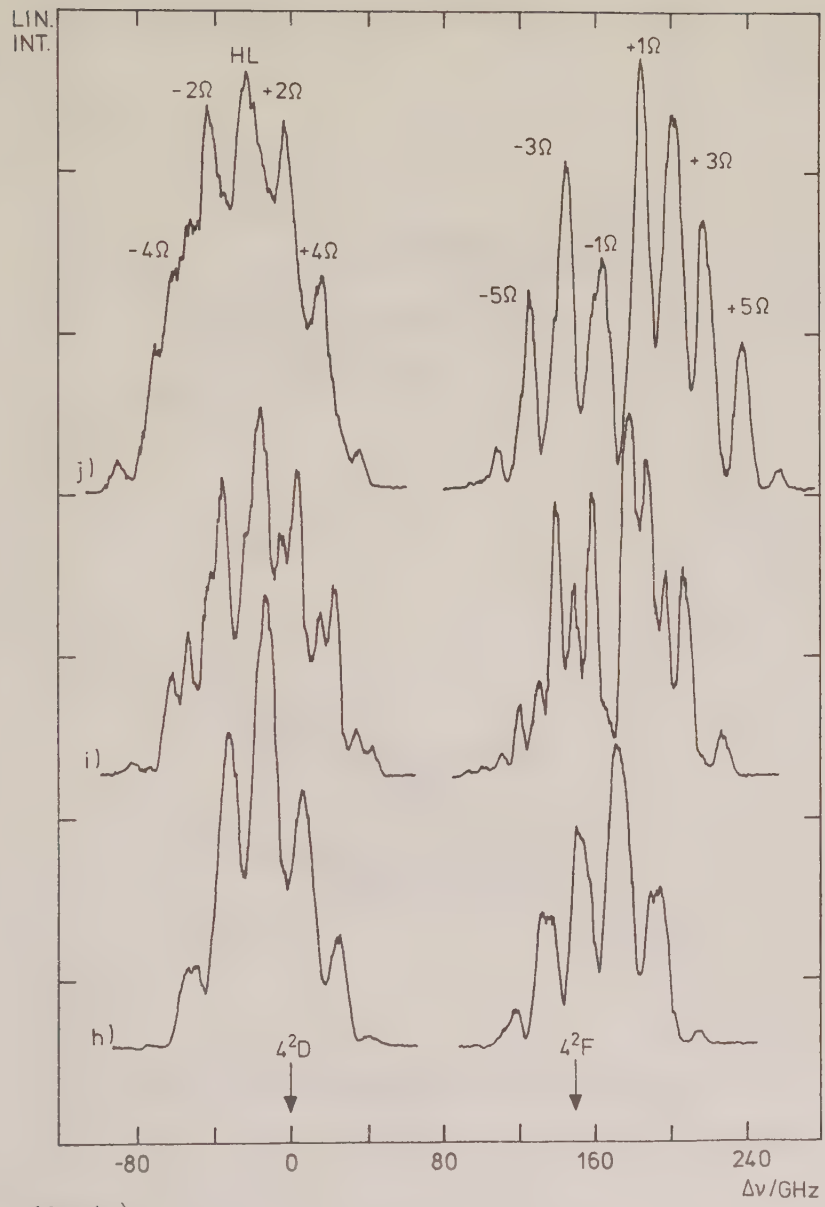

LIN.
INT.
HL
-2Ω
+2Ω
-4Ω
+4Ω
-3Ω
+1Ω
+3Ω
-1Ω
-5Ω
+5Ω
j)
i)
h)
4^2D
4^2F
-80
0
80
160
240
Δν/GHz

Abb. 1c)

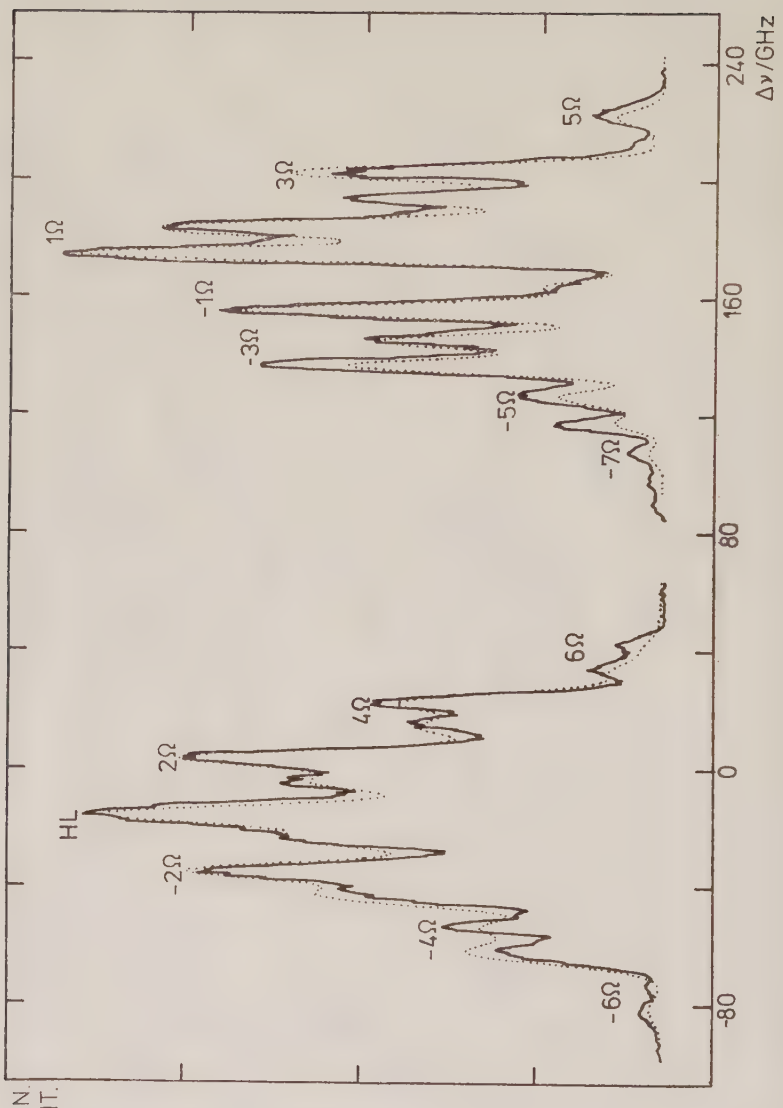

LIN. INT.
HL
1Ω
2Ω
3Ω
4Ω
5Ω
6Ω
-1Ω
-2Ω
-3Ω
-4Ω
-5Ω
-6Ω
-7Ω
-80
0
80
160
240
Δν/GHz

Abb. 23)

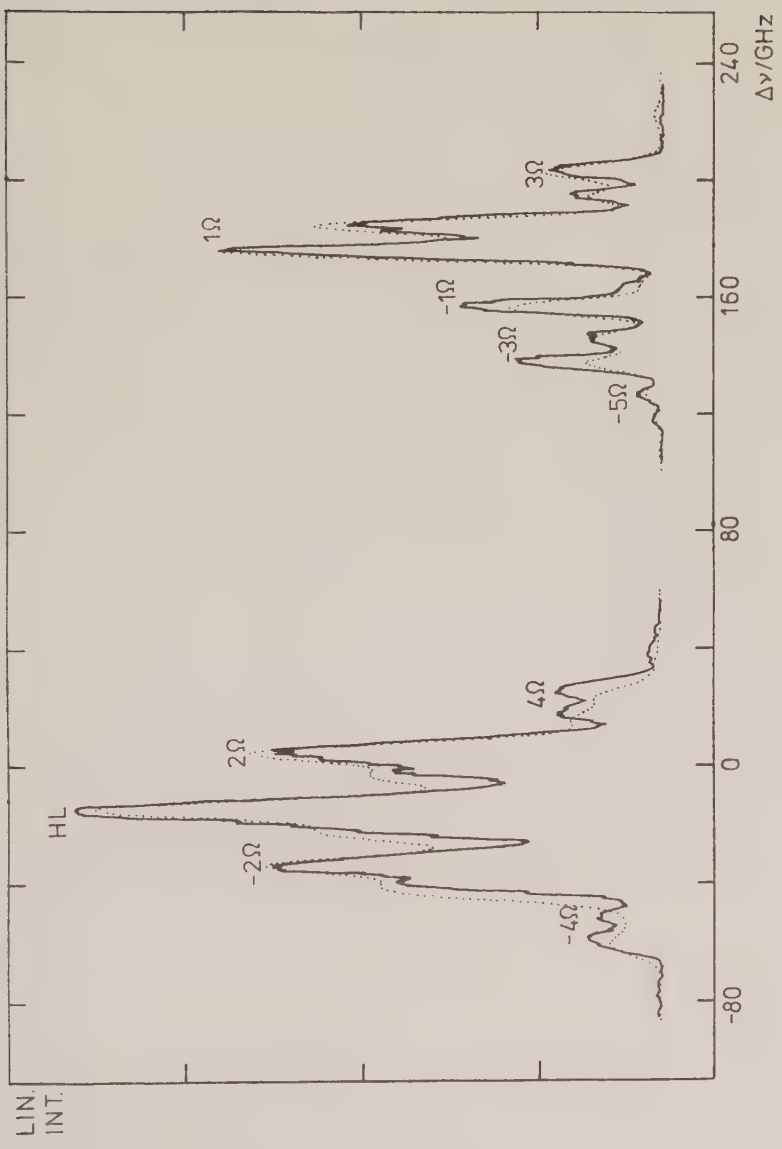
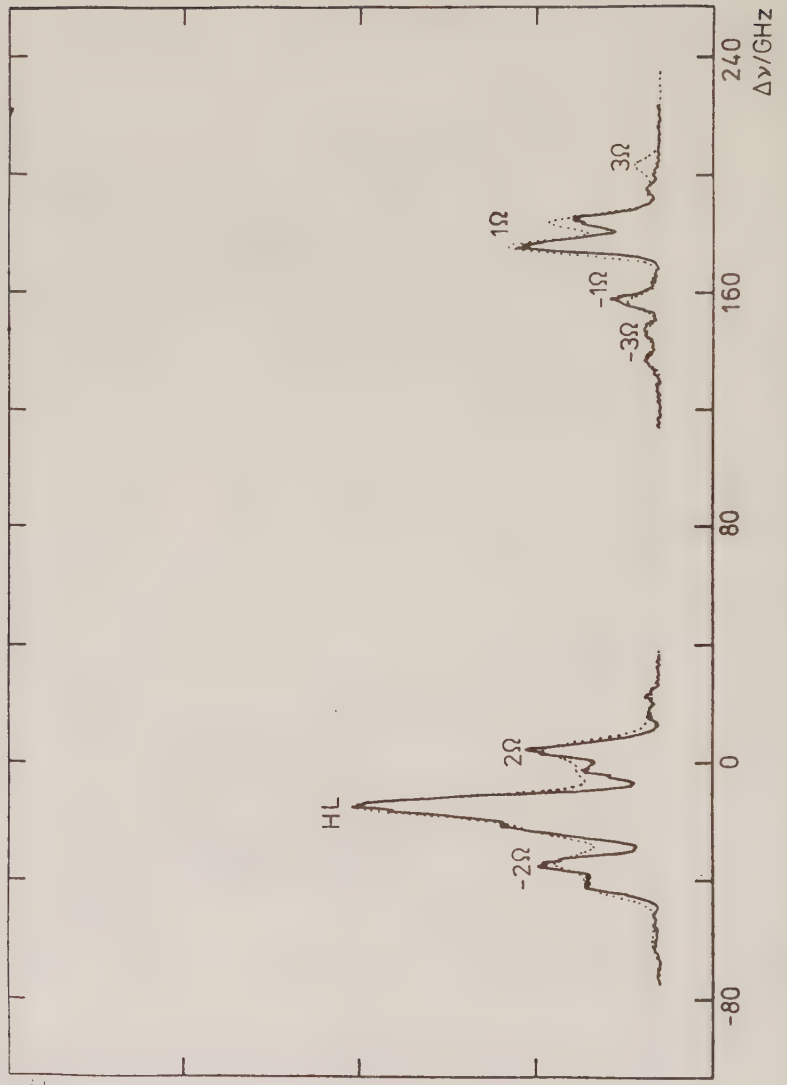


Abb. 2b)


LIN
INT
HL
-2Ω
2Ω
-3Ω
-1Ω
1Ω
3Ω
-80
0
80
160
240
Δν/GHz

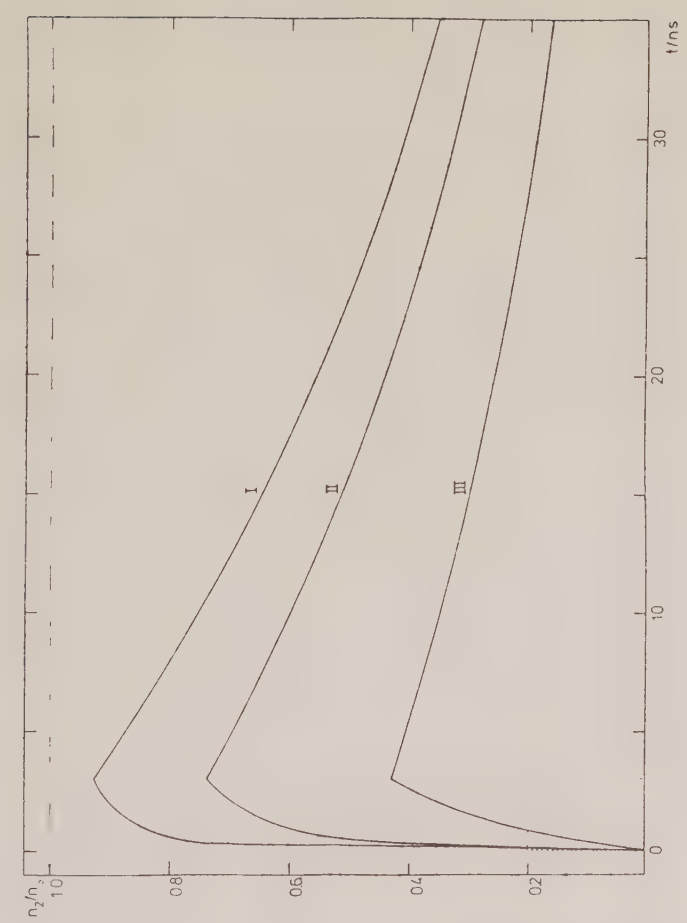


Abb. 3a)

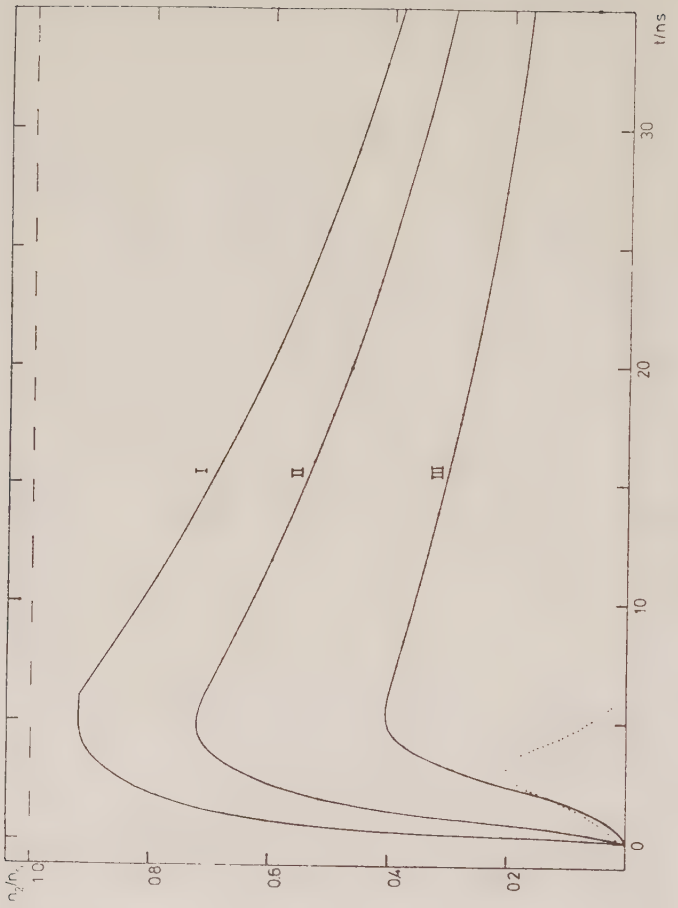


Abb. 3b)

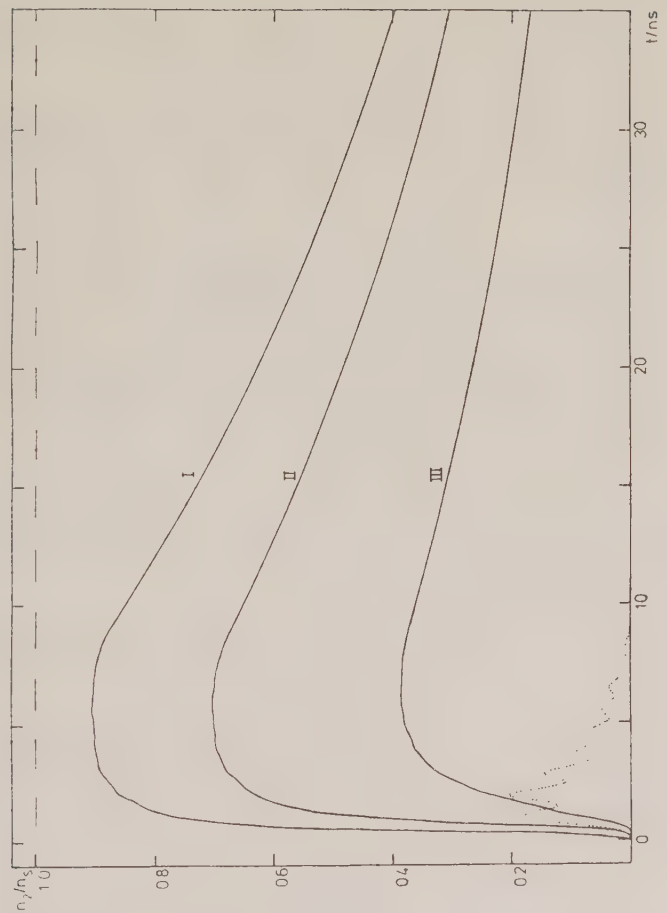


Abb. 3c)

10. Literaturverzeichnis

Baranger M. und Mozer B., Phys. Rev. 123, 25 - 28 (1961)

Bashkin S. und Stoner J.O., "Atomic Energy Levels & Grotrian Diagrams 1", North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1975

Beresin I.S. und Shidkow N.P., "Numerische Methoden 2", VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971

Bethe H.A. und Salpeter E.E., "Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms", Plenum Rosetta, New York 1977

Boyd T.J.M. und Sanderson J.J., "Plasma Dynamics", Nelson and Sons, London 1969

Burrell C.F. und Kunze H.-J., Phys. Rev. Lett. 29, 1445 - 1449 (1972)

Cooke W.E., Gallagher T.F., Hill R.M. und Edelstein S.A., Phys. Rev. A16, 1141 - 1145 (1977)

Crosswhite H.M., "The Hydrogen Molecule Wavelength Tables of Gerhard Heinrich Dieke", Wiley-Interscience, New York 1972

Daily J.W., Appl. Opt. 17, 225 - 229 (1978)

Demtröder W., "Grundlagen und Techniken der Laserspektroskopie", Springer Verlag, Berlin 1977

Demtröder W., "Laser Spectroscopy", Springer Verlag, Berlin 1981

Douglas T.B., Epstein L.F., Dever J.L. und Howland W.H., J. Amer. Chem. Soc. 77, 2144 - 2150 (1969)

Drawin H.W. und Ramette J., Z. Naturforschung 33a, 1285 - 1293 (1978)

Griem H.R., "Spectral Line Broadening by Plasmas", Academic Press, New York 1974

Handbook of Chemistry and Physics, 60 Edition, Ed.: Weast R.C., CRC Press, Boca Raton Florida 1980

Handbuch für Hochfrequenz- und Elektro-Techniker I, Hrsg.: Rint C., Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, Berlin 1970

Hänsch T.W., Appl. Opt. 11, 895 - 898 (1972)

Heckmann P.H. und Träbert E., "Einführung in die Spektroskopie der Atomhülle", Vieweg, Braunschweig 1980

Hicks W.W., Dissertation, Berkley 1973

Hicks W.W., Hess R.A. und Cooper W.S., Phys. Rev. A5, 490 - 507 (1972)

Hildebrandt J. und Kunze H.-J., Phys. Rev. Lett. 45, 183 - 186 (1980)

Hughes R.H., Phys. Rev. 99, 1837 - 1839 (1955)

Kadota K., Tsuchida K., Kawasumi Y. und Fujita J., Plas. Phys. 2o, 1011 - 1023 (1978)

Karzas W.J. und Latter R., Astrophys. J. 6, 167 - 212 (1961)

Kohlrausch F., "Praktische Physik 3", Teubner, Stuttgart 1968

Kopfermann H., "Kernmomente", Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt 1956

Kuhn H.G., "Atomic Spectra", Longmans, London 1969

Kunze H.-J., "Investigation of Plasma-Satellites by Laser-Fluorescence Spectroscopy", in: Wende B. (Hrsg.), "Spectral Line Shapes", Walter de Gruyter & Co, Berlin 1981

Kunze H.-J. und Griem H.R., Phys.Rev. Lett. 21, 1048 - 1052 (1968)

Lindgård A. und Nielsen S.E., Atomic Data and Nuclear Data Tables 19, 533 - 633 (1977)

Loomis F.W. und Nusbaum R.E., Phys. Rev. 38, 1447 - 1457 (1931)

McCormick K. und Olivain J., Rev. Phys. Appl. 13, 85 - 92 (1978)

Meinke H.H., "Einführung in die Elektrotechnik höherer Frequenzen II", Springer Verlag, Berlin 1966

Narias L. und Green R.L., J. Amer. Ceramic Soc. 29, 267 - 276 (1946)

Piel A. und Pinnekamp F., Can. J. Phys. 58, 429 (1980)

Prasad S.S. und Stewart A.L., Proc. Phys. Soc. 87, 159 - 161 (1966)

Rebhan U., Hildebrandt J. und Skopp G., Appl. Phys. 23, 341 - 344 (1980)

Rebhan U., Wiegart N.J. und Kunze H.-J., Phys. Lett. 85A, 228 - 230 (1981)

Rosenbluh M., Panock R., Lax B. und Miller T.A., Phys. Rev. A18, 1103 - 1114 (1978)

Sargent M., Scully M.O. und Lamb W.E., "Laser Physics", Addison-Wesley, London 1974

Selter K.P., Diplomarbeit, Bochum 1976

Shore B.W. und Menzel D.H., "Principles of Atomic Spectra", John Wiley and Sons, New York 1968

Soltwisch H. and T.F.R. Equipe, Infrared Phys. 21, 287 - 293 (1981)

Spitzer L., "Physics of Fully Ionized Gases", Interscience Publishers, New York 1962

Stoer J. und Bulirsch R., "Einführung in die Numerische Mathematik II", Springer, Berlin 1978

Stratton J.A., "Electromagnetic Theory", Mc Graw Hill, New York 1941

Striganov A.R. und Sventitskii N.S., "Tables of Spectral Lines of Neutral and Ionized Atoms", Plenum, New York 1968

Velasco R., Ottinger Ch. und Zare R.N., J. Chem. Phys. 51, 5522 - 5532 (1969)

West W.P., Baur J.F. und Ensberg E.S., Bull. Am. Phys. Soc. 25, 997 - 998 (1980)

Wiegart N.J., Dissertation, Bochum 1981

Wiegart N.J., Rebhan U. und Kunze H.-J., Phys. Lett. 90A, 190 - 192 (1982)

Wiese W.L., Smith M.W. und Glennon B.M., "Atomic Transition Probabilities I", National Standard Reference Data Series, Washington 1966

Wilkinson J.H. und Reinsch C., "Handbook for Automatic Computation II, Linear Algebra", Springer, Berlin 1971

Diese Arbeit wurde am Lehrstuhl V des Institutes für Experimentalphysik der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt.

Mein Dank gilt zunächst Herrn Prof. Dr. Kunze für die Vorgabe des Themengebietes und für sein stetes Interesse am Fortgang der Arbeit.

Herrn Dr. Wiegart möchte ich für seine Hilfe bei der Durchführung von Experimenten und für zahlreiche Diskussionen danken.

Mein Dank gilt auch Herrn L. Ullrich, der die Durchführung einiger Messungen am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Abteilung für Elektrotechnik ermöglichte.

Schließlich bin ich auch den am Institut tätigen Technikern und den Angehörigen der Feinmechanischen Werkstatt für die während der Arbeit geleistete Unterstützung zu Dank verpflichtet.

Lebenslauf

Familienname	Rebhan
Vorname	Ulrich
Geburtstag	07.02.55
Geburtsort	Schwelm
Familienstand	ledig

1961 - 1965	Volksschule
1965 - 1973	Märk. Gymnasium Schwelm
1973 - 1979	Studiengang Physik Diplom an der Ruhr-Universität Bochum
03.10.75	Diplom-Vorprüfung in Physik
13.02.79	Diplomprüfung in Physik
ab 01.03.79	beschäftigt am Institut für Experimentalphysik V, z.Z. als Wissenschaftlicher Mitarbeiter

Schwelm, den 02.11.82